

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕ

М. В. Незлин

I. ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрению неустойчивости пучков заряженных частиц в плазме уже были посвящены исчерпывающие обзоры Файнберга³⁻⁵ и Бриггса⁶. За время, прошедшее после написания этих обзоров, получены новые результаты — экспериментальные и теоретические — по тем неустойчивостям, которые ранее либо не были известны, либо не подвергались систематическому экспериментальному исследованию. Отличительной особенностью этих «новых» неустойчивостей являются определяющая роль ионов в динамике развивающихся колебаний и, как следствие этого, такие ярко выраженные эффекты, как срыв тока пучка и ускорение (нагрев) ионов плазмы до больших энергий. Указанные неустойчивости характеризуются также иными условиями возникновения и иной пространственной структурой. Они доставляют материал, интересный для приложений и удобный для экспериментальной проверки современной теории. Ниже дается обзор теоретических и экспериментальных данных по указанным неустойчивостям; он начинается с небольшого введения.

Известно, что в плазме могут существовать медленные электростатические волны, фазовые скорости которых много меньше скорости света. Поэтому если в плазме распространяется пучок заряженных частиц, то сравнительно легко возникает такая ситуация, когда скорость частиц пучка превышает фазовые скорости плазменных волн. При этом происходит возбуждение этих волн частицами пучка посредством эффекта Вавилова — Черенкова или аномального эффекта Доплера. При определенных условиях это возбуждение носит когерентный характер, что означает неустойчивость пучка. Исследования пучковых неустойчивостей начали интенсивно развиваться около 20 лет назад, после основополагающих теоретических работ Ахиезера и Файнберга¹. Бома и Гросса². Можно назвать несколько причин, стимулировавших эти исследования:

1. Наибольший интерес для физики плазмы представляют коллективные свойства плазмы, обусловленные движением большого количества плазменных частиц. Изучение этих свойств, вообще говоря, встречает большие трудности, поскольку плазма, как известно, обладает очень большим числом степеней свободы. В связи с этим представляет существенный интерес тот частный случай, когда плазма включает в себя достаточно интенсивную группу частиц, движущихся с определенной скоростью (пучок). В этом случае удается «навязать» частицам плазмы сравнительно узкий диапазон степеней свободы, относительно легко перестраиваемый по желанию экспериментатора. Это создает весьма благоприятные возможности для исследования широкого класса коллективных явлений в плазме.

2. Оказывается, что прохождение пучка заряженных частиц через плазму приводит, при определенных условиях, к нагреву электронов

и ионов плазмы до высоких температур. Это явление представляет большой интерес в трех отношениях: во-первых, с принципиальной точки зрения; во-вторых, оно, возможно, имеет отношение к ускорению частиц космических лучей; в-третьих, оно может быть использовано как способ разогрева плазмы в магнитных ловушках с целью проведения исследований по управляемым термоядерным реакциям в высокотемпературной плазме.

3. Неустойчивость пучков заряженных частиц в плазме представляет большой интерес для широкого круга приложений. В частности, это явление определяет величину предельной интенсивности (плотности) пучков заряженных частиц, возможности ускорения заряженных частиц плазмы внешними электрическими полями и т. д.

4. Пучковые неустойчивости необходимо принимать во внимание при разработке новых (когерентных) методов ускорения заряженных частиц до высоких энергий⁵⁹. Наконец, следует отметить, что в последнее время интерес к вопросам устойчивости пучков заряженных частиц в плазме особенно повысился в связи с открывшимися перспективами использования релятивистских пучков сверхвысокой интенсивности⁶⁰.

В настоящее время известны разнообразные пучковые неустойчивости. Всем им, однако, присущи некоторые общие свойства. Одно из таких свойств состоит в том, что любая пучковая неустойчивость вызывается (резонансным) взаимодействием (по меньшей мере) двух компонент заряженных частиц. Одной из этих компонент являются частицы пучка, другой — частицы среды, сквозь которую распространяется пучок *). Неустойчивость состоит в прогрессивном нарастании во времени начальных флуктуаций, случайно возникающих в пучке. Ее можно рассматривать как результат положительной обратной связи, осуществляемой частицами среды. Такими частицами могут быть либо электроны плазмы, либо ионы плазмы, либо электроны внешней цепи, ограничивающей пространство, в котором распространяется пучок. Соответственно трем указанным способам осуществления положительной обратной связи между пучком и частицами среды различают три типа неустойчивости пучка заряженных частиц. Например, в случае электронного пучка, это электрон-электронная, электрон-ионная и так называемая пирсовская неустойчивости. Что касается электрон-электронных неустойчивостей, то они были всесторонне рассмотрены в обзорах³⁻⁷. Настоящая статья в основном посвящена систематическому рассмотрению электрон-ионных неустойчивостей.

Обзор состоит из трех частей (гл. II—IV). В гл. II излагаются теоретические представления о рассматриваемых неустойчивостях. В гл. III проводится анализ экспериментальных данных и их сравнение с теорией. Гл. IV содержит описание и анализ результатов исследования ряда упоминавшихся выше ярко выраженных нелинейных эффектов, наблюдаемых в опытах с интенсивными (неустойчивыми) электронными пучками в плазме.

II. ТЕОРИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕ

Рассмотрим сначала электрон-ионные пучковые неустойчивости. Их можно разделить на две группы: 1) неустойчивости однородной плазмы и 2) неустойчивости неоднородной плазмы. Последние по своему физическому механизму, с одной стороны, примыкают к первым, а с другой —

*) Несколько особняком стоит только так называемая «слиппинг-стрим» (slip-ring-stream)-неустойчивость пучка частиц с сильно неоднородным профилем скорости. Обзор теоретических исследований этой неустойчивости дан в недавней монографии Тимофеева⁶¹ (см. также^{52, 53}). Экспериментально эта неустойчивость до сих пор не исследовалась.

к так называемой универсальной (дрейфовой) неустойчивости неоднородной плазмы (см. ниже). Мы будем пользоваться электростатическим приближением, поскольку поправки на непотенциальность рассматриваемых колебаний становятся существенными только тогда, когда их фазовая скорость приближается к скорости света. Электростатическое приближение практически оказывается достаточным даже при рассмотрении электрон-ионных колебаний в релятивистских пучках.

1. Неустойчивость пространственно-однородного электронного пучка

Рассмотрим сначала наиболее простой случай, когда моноэнергетический электронный пучок движется через «фон» компенсирующих его объемный заряд медленных положительных ионов: плотность ионов n_+ равна плотности электронов пучка n_1 (квазинейтральный электронный пучок). Будем изучать устойчивость такой системы методом дисперсионного уравнения, выражающего связь между частотой возможных колебаний заряженных частиц ω и волновым вектором колебаний \mathbf{k} . Для вывода дисперсионного уравнения будем рассуждать следующим образом. Пусть в рассматриваемой системе случайно возникло электрическое поле $\mathbf{E} = -\text{grad } \psi$, изменяющееся с частотой ω . Для простоты рассмотрим сначала такой случай, когда колебания заряженных частиц происходят только вдоль \mathbf{E} . В этом случае поле \mathbf{E} вызовет колебания ионов с частотой ω и скоростью $\sim eE / -i\omega M$ (M — масса ионов), что будет соответствовать переменной плотности ионного тока $j_+ = e^2 n_+ E / -i\omega M$ (предполагаем, что все переменные величины изменяются во времени по закону $\exp [i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]$). Согласно уравнению непрерывности $\frac{\partial \rho_+}{\partial t} = -\text{div } j_+$, переменная плотность объемного заряда ионов ρ_+ будет равна $e^2 n_+ \text{div } \mathbf{E} / \omega^2 M$. Влияние поля \mathbf{E} на электроны пучка будет, в принципе, аналогичным, однако электроны (движущиеся со скоростью \mathbf{u}), вследствие доплер-эффекта, будут воспринимать колебания с частотой $\omega' = \omega - \mathbf{k}\mathbf{u}$ (релятивистскими эффектами пока пренебрегаем); поэтому переменная плотность объемного заряда электронов пучка будет равна

$$\rho_- = \frac{e^2 n_1 \text{div } \mathbf{E}}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{u})^2 m} = \frac{e^2 n_1 \text{div } \mathbf{E}}{\omega_1'^2 m}.$$

Следовательно, согласно уравнению Пуассона $\text{div } \mathbf{E} = 4\pi(\rho_+ + \rho_-)$, получаем

$$\text{или } \left. \begin{aligned} [\omega_1'^2 / (\omega - \mathbf{k}\mathbf{u})^2] + (\omega_+^2 / \omega^2) &= 1, \\ (\omega_1'^2 / \omega'^2) + (\omega_+^2 / \omega^2) &= 1, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\omega' = \omega - \mathbf{k}\mathbf{u}$; $\omega_1 = (4\pi n_1 e^2 / m)^{1/2}$ и $\omega_+ = (4\pi n_+ e^2 / M)^{1/2}$ — лэнгмюровские электронная и ионная плазменные частоты, $n_1 = n_+$.

Дисперсионное уравнение типа (1) встречается во многих теоретических работах (см., например, 8-12). Учтем релятивистские эффекты. Поскольку частота колебаний в системе отсчета пучка

$$\omega' = (\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}) \gamma_0,$$

где $\gamma_0 = [1 - (u^2/c^2)]^{-1/2}$, дисперсионное уравнение (1) приобретает вид

$$[\omega_1'^2 / \gamma_0^2 (\omega - \mathbf{k}\mathbf{u})^2] + (\omega_+^2 / \omega^2) = 1, \quad (1')$$

где ω_1' — лэнгмюровская частота пучка, выраженная через его плотность (n_1') и массу электрона (m) в системе отсчета пучка (т. е. m — масса покоя). Поскольку плотность пучка в лабораторной системе равна $n_1 = \gamma_0 n_1'$,

уравнение (1') можно переписать так ^{9, 14, 62}:

$$[\omega_1^2/\gamma_0^3 (\omega - \mathbf{k}\mathbf{u})^2] + (\omega_+^2/\omega^2) = 1, \quad (1'')$$

где ω_1 — лэнгмюровская частота пучка, выраженная через величину n_1 (равную n_+) и массу покоя электрона ($\omega_1^2 = \gamma_0 \omega_+^2 = M \omega_+^2/m$).

Мы рассмотрели случай, когда колебания всех заряженных частиц совершаются вдоль электрического поля колебаний \mathbf{E} . Этот случай реализуется либо при плоской геометрии задачи, либо при отсутствии внешнего магнитного поля. В более общем случае, когда направление колебаний частиц составляет с направлением \mathbf{E} некоторый угол θ (этот угол может быть различным для ионов и электронов), слагаемые левой части уравнения (1), как легко видеть из приведенного вывода, следует умножить на $\cos^2 \theta$. В условиях эксперимента часто возникает такая ситуация, когда колебания электронов совершаются вдоль внешнего магнитного поля $\mathbf{H} = \mathbf{H}_z$, направленного вдоль скорости электронов пучка и составляющего с полем \mathbf{E} угол θ , а колебания ионов — вдоль поля \mathbf{E} . Это имеет место при условии

$$\omega_{Hi} \ll \omega \ll \omega_{He},$$

где $\omega_{Hi} = eH/Mc$ и $\omega_{He} = eH/mc$ — ионная и электронная ларморовские частоты (т. е. когда электроны «замагничены», а ионы — нет). В этом случае

$$\cos \theta = \begin{cases} k_z/k & \text{для электронов,} \\ 1 & \text{для ионов,} \end{cases}$$

где k — абсолютная величина проекции волнового вектора колебаний \mathbf{k} на направление скорости пучка, $k = |\mathbf{k}|$; в нерелятивистском случае дисперсионное уравнение колебаний принимает вид

$$[\omega_1^2/(\omega - k_z u)^2] (k_z^2/k^2) + (\omega_+^2/\omega^2) = 1, \quad (2)$$

в релятивистском случае

$$[\omega_1^2/\gamma_0^3 (\omega - k_z u)^2] (k_z^2/k^2) + (\omega_+^2/\omega^2) = 1. \quad (2')$$

Решение дисперсионного уравнения (2), четвертой степени относительно ω , удобнее всего провести графо-аналитическим методом, изложенным в работе ¹¹. Обозначив левые части уравнений (1) и (2) через

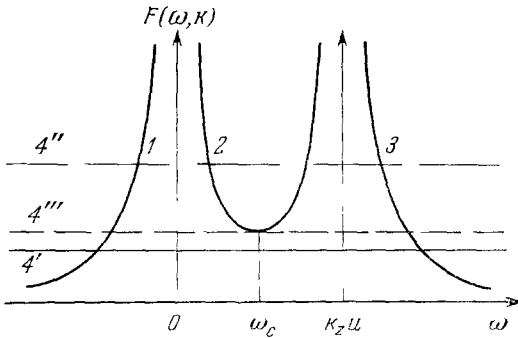


Рис. 1. Дисперсионные кривые.

1-3 — ветви функции $F(\omega, k)$ при $k = \text{const}$, прямые 4 — $F(\omega, k) \equiv 1$, 4' — неустойчивость, 4'' — устойчивость, 4''' — критический режим.

$F(\omega)$, построим ветви функции $F(\omega)$ (рис. 1). Видно, что в зависимости от параметров, входящих в дисперсионное уравнение, ветви функции $F(\omega)$ могут пересекаться с прямой $F(\omega) \equiv 1$ либо в четырех, либо в двух точках. В первом случае все четыре корня дисперсионного уравнения действительны и система устойчива. Во втором случае действительными являются только два корня, а из оставшихся двух (комплексно-сопряженных) корней один имеет положительную мнимую часть $\omega = \omega_r + i\gamma$, $\gamma > 0$; в этом случае имеет место неустойчивость: происходит нарастание колебаний во времени с инкрементом γ . В критическом режиме, соответствующем порогу неустойчивости, прямая $F(\omega) \equiv 1$ касается средней ветви функции $F(\omega)$, при этом $\frac{\partial F}{\partial \omega} = 0$. Этому режиму в случае,

описываемом уравнением (2), соответствует частота колебаний

$$\omega = k_z u \{1 + [(M/m)(k_z^2/k^2)]^{1/3}\}^{-1}. \quad (3)$$

Подставляя значение ω из (3) в уравнение (2), получаем выражения для той пороговой (критической) плотности пучка n_{1K} , начиная с которой возникает неустойчивость:

$$\omega_{1K}^2 \equiv 4\pi n_{1K} e^2 / m = k^2 u^2 \{1 + [(m/M)(k^2/k_z^2)]^{1/3}\}^{-3}, \quad (4)$$

и для порогового тока пучка

$$I_K \equiv \pi a^2 e n_{1K} u = (ma^2/4e) k^2 u^3 \{1 + [(m/M)(k^2/k_z^2)]^{1/3}\}^{-3}, \quad (5)$$

где a — радиус пучка.

Выражения (3) — (5) получены для нерелятивистского режима. В релятивистском режиме, как легко видеть,

$$I_K \equiv (ma^2/4e) \omega_{1K}^3 u = (ma^2/4e) k^2 u^3 \gamma_0^3 \{1 + [(m/M)(k^2/k_z^2) \gamma_0^3]^{1/3}\}^{-3}. \quad (5')$$

Интересно отметить, что если второй член в фигурных скобках знаменателя (5') значительно больше первого, то при $u \rightarrow c$ ток I_K перестает зависеть от энергии электронов пучка:

$$I_K \rightarrow (Ma^2/4e) k_z^2 c^3. \quad (5'')$$

Например, если ионы принадлежат аргону, $a = 1$ см, $k_z \approx \frac{\pi}{L} \approx 3 \cdot 10^{-2}$ см⁻¹ (длина пучка $L = 100$ см), то (5'') дает $I_K \approx 3 \cdot 10^5$ а.

Инкремент неустойчивости γ можно оценить из дисперсионного уравнения (2), полагая (в соответствии с (3)) $\omega \ll k_z u$. При достаточно большой надкритичности (ток пучка $I \gg I_K$) это дает

$$\gamma \approx (m/M)^{1/2} k u \gg \omega_+. \quad (6)$$

В случае, описываемом дисперсионным уравнением (1) или (1') (плоская геометрия или $H = 0$), выражения для величин ω , ω_{1K} и I_K получаются из (3) — (5) подстановкой $k = k_z$.

С точки зрения эксперимента наибольший интерес представляет случай, когда пучок радиуса a распространяется вдоль оси металлического кожуха радиуса $R_0 \gg a$ (длина пучка $L \gg R_0$). В этом случае пороговый ток неустойчивости определяется величиной $k^2 = k_z^2 + k_r^2$, где¹³

$$k_r^2 \approx 2/a^2 \ln(R_0/a), \quad (7)$$

а минимальная величина k_z может быть принята равной π/L (см. ниже).

В другом случае, когда $a = R_0$, $k_r = 2,4/a$. Критерий пучковой электрон-ионной неустойчивости в случае произвольного соотношения между a , R_0 и L (и в предположении о замагниченности как электронов, так и ионов) получен в теоретической работе¹⁴.

Выражение (4) эквивалентно условию неустойчивости

$$(\omega_+^2 k^2/k_z^2)^{1/3} + (\omega_+^2)^{1/3} > (k^2 u^2)^{1/3}. \quad (8)$$

Рассмотренные нами колебания являются объемными, они представляют собой колебания пространственных зарядов частиц обоих знаков внутри пучка; соответственно внутри пучка $\text{div } \mathbf{E} \neq 0$. В отличие от таких колебаний, существует одна поверхностная мода колебаний: заряды частиц возникают только на поверхности пучка, соответственно внутри пучка $\text{div } \mathbf{E} = 0$. Естественно, что такая мода колебаний возможна только тогда, когда радиус пучка меньше радиуса металлического кожуха ($a < R_0$). Возбуждение такой моды колебаний рассмотрено

в работе¹⁶ (см. также¹⁵). Показано, что дисперсионное уравнение для этой моды отличается от уравнения (2) тем, что ионный член входит с тем же множителем k_z^2/k^2 , что и электронный (величина k^2 по-прежнему определяется выражением (7)). Поэтому критический ток, в отличие от (5'), содержит в фигурных скобках знаменателя слагаемое $(m\gamma_0^3/M)^{1/3}$ — без множителя $(k^2/k_z^2)^{1/3}$. Видно, что этот критический ток больше тока возбуждения рассмотренной нами объемной моды колебаний: поверхностная мода колебаний возбуждается труднее. Поэтому всюду ниже мы будем иметь в виду только объемные моды колебаний.

Важно отметить, что иногда в литературе приводится следующее выражение для частоты рассмотренных электрон-ионных колебаний, найденное Бунеманом¹⁰:

$$\omega \approx \omega_1^{1/3} \omega_+^{2/3} \approx \omega_1 (m/M)^{1/3}. \quad (3a)$$

Это выражение справедливо только для одномерного случая, когда $k = k_z$. В самом деле, в этом случае из (3) получаем $\omega \approx ku (m/M)^{1/3}$, откуда на основании (5) следует выражение (3a). Инкремент неустойчивости в этом случае равен

$$\gamma_{\max} \approx (3^{1/2}/2^{4/3}) (m/M)^{1/3} \omega_1 \approx 0,7\omega. \quad (3б)$$

В случае $k_z \ll k$ выражения (3a) и (3б), естественно, перестают быть справедливыми.

Итак, мы рассмотрели электрон-ионную неустойчивость однородного квазинейтрального моноэнергетического электронного пучка. В случае электрон-электронной неустойчивости все рассмотрение остается по существу тем же самым. Например, при «замагниченных» электронах ($\omega_{He} \gg \omega$) дисперсионное уравнение, как легко видеть из приведенного выше вывода, в нерелятивистском режиме имеет вид

$$[\omega^2/(\omega - k_z u)^2] (k_z^2/k^2) + (\omega_2^2/\omega^2) (k_z^2/k^2) = 1, \quad (9)$$

откуда следует условие неустойчивости

$$(\omega_1^2)^{1/3} + (\omega_2^2)^{1/3} > (k^2 u^2)^{1/3}, \quad (10)$$

где ω_2 — лэнгмюровская частота электронов плазмы ($\omega_2^2 = 4\pi n_2 e^2/m$), и выражения для ω и I_K :

$$\omega = k_z u [1 + (n_1/n_2)^{1/3}]^{-1}, \quad (11)$$

$$I_K = (ma^2/4e) k^2 u^3 [1 + (n_2/n_1)^{1/3}]^{-3}. \quad (12)$$

В релятивистском режиме, очевидно,

$$I_K = (ma^2/4e) k^2 u^3 \gamma_0^3 \{1 + [(n_2/n_1) \gamma_0^3]^{1/3}\}^{-3}. \quad (12')$$

Из условия (10) вытекает интересный вывод: при $\omega_2 > ku$ неустойчивость имеет место при любой плотности пучка или, иными словами, порог неустойчивости по плотности пучка отсутствует. Это соответствует тому факту, что при $\omega_2 > ku$ средняя ветвь функции $F(\omega)$ на рис. 1 не пересекает горизонтальную прямую $F(\omega) \equiv 1$ ни при какой плотности пучка. Если же лэнгмюровская частота электронов плазмы ω_2 меньше величины ku , то согласно (10) неустойчивость возникает, только начиная с некоторой пороговой плотности пучка. При этом возможны два случая. В первом случае, когда ω_2 незначительно меньше ku , фазовая скорость развивающихся колебаний ω/k_z , как видно из рис. 1, очень близка к скорости электронов пучка. Это означает, что при достаточно малом отношении n_1/n_2 (редкий пучок в плотной плазме) в основе неустойчивости лежит

эффект Вавилова — Черенкова. В другом случае, когда отношение n_1/n_2 достаточно велико (плотный пучок), фазовая скорость нарастающих колебаний ω/k_z значительно меньше скорости электронов пучка; в этом случае неустойчивость основана на аномальном эффекте Допплера¹⁷.

Физический смысл этого эффекта в данном случае можно пояснить следующим образом. Частицы пучка, в принципе, могут совершать коллективные (лэнгмюровские) колебания с различной амплитудой. Поэтому пучок можно рассматривать как систему осцилляторов, могущую находиться на различных уровнях колебательной энергии. При переходах между этими уровнями пучок излучает колебания, которые распространяются в плазме с некоторой фазовой скоростью. Если эта скорость меньше скорости частиц пучка ($\omega/k_z < u$), то излучение колебаний пучком сопровождается не уменьшением (как это имеет место при $\omega/k_z > u$), а увеличением колебательной энергии пучка. В переходе излучающей системы на более высокий энергетический уровень и состоит характерная особенность аномального эффекта Допплера¹⁷. Указанный переход, означающий раскачку колебаний в системе, совершается, естественно, за счет энергии продольного движения пучка.

Раскачка рассмотренных выше электрон-ионных колебаний квазинейтрального пучка также связана с аномальным эффектом Допплера. Классификация пучковых неустойчивостей с точки зрения лежащих в их основе элементарных процессов дана в обзоре³.

Выше мы разделили неустойчивость пучка в плазме на электрон-ионную и электрон-электронную в соответствии с тем, какая из двух компонент плазмы (ионы или электроны) играет основную роль в раскачке колебаний. Вопрос о том, какая разновидность неустойчивости будет реализоваться в действительности, определяется соотношением ионного и электронного (плазменного) членов в дисперсионном уравнении, которое в случае трехкомпонентной системы, состоящей из замагниченных электронов и немагниченных ионов, имеет вид

$$[\omega_1^2/(\omega - k_z u)^2] (k_z^2/k^2) + (\omega_+^2/\omega^2) + (\omega_-^2/\omega^2) (k_z^2/k^2) = 1. \quad (13)$$

Проведенное выше разделение ветвей неустойчивости имеет физический смысл тогда, когда второй и третий члены левой части (13) и соответственно пороги (5) и (12) существенно различны. В противном случае неустойчивость обусловлена взаимодействием всех трех компонент системы.

2. Неустойчивость пространственно-неоднородного электронного пучка в плазме

В предыдущем разделе мы рассмотрели возбуждение аксиально-симметричных колебаний, т. е. таких колебаний, у которых электрическое поле \mathbf{E} и волновой вектор \mathbf{k} имеют только две компоненты: продольную E_z , k_z и радиальную E_r , k_r (соответственно $k^2 = k_z^2 + k_r^2$); азимутальные компоненты E_ϕ и k_ϕ предполагались равными нулю. Такое ограничение степеней свободы возникающих колебаний было связано с тем, что в рассмотренном выше случае однородного распределения плотности тока в поперечном сечении пучка колебания, не обладающие аксиальной симметрией, т. е. у которых $E_\phi \neq 0$ и $k^2 = k_z^2 + k_r^2 + k_\phi^2$, для своего возникновения требуют более высокого порогового тока, пропорционального k^2 .

Ситуация, однако, принципиально изменяется, если распределение плотности тока в поперечном сечении пучка является существенно неоднородным ($\nabla n_1 \neq 0$). В этом случае возникает новый механизм неустойчивости, связанный с дрейфовым движением заряженных частиц в скре-

щенных полях — азимутальном электрическом поле колебаний E_ϕ и продольном магнитном поле H_z . Это по существу тот же механизм, который вызывает дрейфовую, или градиентную (называемую иногда универсальной), неустойчивость неоднородной плазмы — ту самую неустойчивость, которая представляет наибольший интерес в исследованиях по управляемому термоядерному синтезу (об этой неустойчивости см., например, ¹⁸). Различие связано только с видом функции распределения электронов по скоростям, которая в данном случае не является максвелловской, а включает в себя пучок частиц. Таким образом, неустойчивость, выражающаяся в раскачке аксиально-несимметричных колебаний сильно неоднородного пучка в плазме, соединяет в себе черты «обычной» пучковой неустойчивости однородной плазмы и дрейфовой неустойчивости неоднородной плазмы. Мы будем называть ее дрейфово-пучковой. Теория этой неустойчивости была построена Михайловским ¹⁹ и Рухадзе с сотрудниками ²⁰.

С целью рассмотрения этой теории вернемся к выводу дисперсионного уравнения (1), (2), (13) для аксиально-симметричных электрон-ионных колебаний и посмотрим, каким образом следует изменить это уравнение, чтобы оно описывало также и колебания, не обладающие аксиальной симметрией. Будем по-прежнему рассматривать тот случай, когда ионы плазмы не замагничены, а электроны замагничены ($\omega_{Hi} \ll \omega \ll \omega_{He}$). В этом случае единственным новым эффектом, обусловленным наличием азимутального (возмущенного) поля E_ϕ и радиального градиента плотности заряженных частиц, является радиальный дрейф электронов пучка и плазмы со скоростью $\sim c \frac{E_\phi}{H}$. В результате этого дрейфа возникают радиальные токи частиц: $j_\perp \sim necE_\phi/H \approx ineck_\phi\psi/H$, где n — плотность частиц, ψ — возмущенный потенциал. Эти токи изменяют амплитуду колебаний плотности объемного заряда частиц в соответствии с уравнением непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div}(\mathbf{j}_\parallel + \mathbf{j}_\perp),$$

где \mathbf{j}_\parallel — продольный (вдоль H) ток частиц. Например, для электронов плазмы

$$\operatorname{div} \mathbf{j}_\parallel = -e^2 n_2 \frac{\partial E_z}{\partial z} / i\omega m = -n_2 e^2 k_z^2 \psi / i\omega m,$$

$$\operatorname{div} \mathbf{j}_\perp \simeq \frac{ceE_\phi}{H} \frac{\partial n_2}{\partial r} \simeq \frac{n_2 e^2 k_\phi}{i\omega_{He} m} \frac{\psi}{R} \simeq \frac{n_2 e^2 s \psi}{i\omega_{He} m R^2},$$

где R — характерный поперечный размер («радиус») плазмы, s — номер азимутальной моды, т. е. число азимутальных волн, укладывающихся на периметре плазмы. Следовательно, переменная плотность объемного заряда плазменных электронов составляет

$$\rho_2 \simeq (e^2 n_2 k_z^2 / m \omega^2) \psi - (e^2 n_2 s / R^2 m \omega \omega_{He}) \psi.$$

Выражение для переменной плотности объемного заряда электронов пучка ρ_1 будет совершенно аналогичным с учетом замены $n_2 \rightarrow n_1$, $\omega \rightarrow (\omega - k_z u)$, $R^2 \rightarrow a^2$, где a — «радиус» пучка (пока рассматриваем нерелятивистский режим). Наконец, переменная плотность объемного заряда ионов ρ_+ будет описываться прежним выражением (колебания ионов совершаются по-прежнему вдоль результирующего электрического поля $\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \psi$). Подставляя выражения ρ_1 , ρ_2 , ρ_+ в уравнение Пуассона $\nabla^2 \psi = -k^2 \psi = -4\pi(\rho_+ + \rho_1 + \rho_2)$, получим дисперсионное уравнение типа $F(\omega, k) = 1$ с пятью слагаемыми в левой части — одним

ионным и по два электронных:

$$\frac{\omega_1^2 k_z^2 / k^2}{(\omega - k_z u)^2} - \frac{2s\omega_1^2}{a^2 k^2 \omega_{He} (\omega - k_z u)} + \frac{\omega_2^2 k_z^2 / k^2}{\omega^2} - \frac{2s\omega_2^2}{R^2 k^2 \omega_{He} \omega} + \frac{\omega_+^2}{\omega^2} = 1. \quad (14)$$

Это дисперсионное уравнение отличается от уравнения (13) наличием двух «дрейфовых» членов (второго и четвертого), связанных с дрейфовым движением электронов пучка и плазмы в скрещенных полях: возмущенном электрическом поле E_φ и основном магнитном поле H_z . Эти дополнительные члены, отличные от нуля только при одновременном выполнении условий $k_\varphi \neq 0$, $\text{grad}(n_1, n_2) \neq 0$, как будет видно из дальнейшего изложения, существенно изменяют критерий устойчивости системы *).

Перейдем к анализу уравнения (14). Обращаясь к рис. 1, нетрудно видеть, что при прочих равных условиях пучковый дрейфовый член (имеющий, согласно (3'), положительный знак) способствует «отрыву» средней ветви функции $F(\omega)$ от горизонтальной прямой $F(\omega) \equiv 1$. Это должно привести к уменьшению критического тока возникновения неустойчивости, если только указанный эффект не окажется скомпенсированным другим эффектом, отмеченным выше: повышением порога неустойчивости вследствие увеличения k^2 . Аналогичным образом легко видеть, что плазменный дрейфовый член (имеющий отрицательный знак) способствует стабилизации неустойчивости.

Наличие в дисперсионном уравнении дрейфовых членов первого порядка относительно ω исключает возможность точного аналитического определения критического тока неустойчивости методом, примененным выше. Поэтому мы поступим иначе: будем считать, что неравенство $\omega < k_z u$ является достаточно сильным. Пренебрегая в (14) величиной ω по сравнению с $k_z u$ и обращаясь к случаю квазинейтрального электронного пучка ($n_2 \ll n_1$, $n_+ \approx n_1$), получим

$$\omega_{1K}^2 \approx k^2 u^2 [1 + (2su/a^2 \omega_{He} k_z)]^{-1} \quad (15)$$

(при $\omega_1 > \omega_{1K}$ величина ω^2 , определяемая уравнением (14), становится отрицательной, что соответствует раскачке колебаний). Соответственно пороговый ток неустойчивости равен

$$I_K \approx (ma^2/4e) k^2 u^3 [1 + (2su/a^2 \omega_{He} k_z)]^{-1}. \quad (16)$$

Если второе слагаемое в знаменателях (15) и (16) велико по сравнению с единицей:

$$su/a^2 \omega_{He} k_z > 1 \quad (17)$$

(сильно неоднородные пучки малого радиуса a в слабых магнитных полях), то рассматриваемые дрейфовые эффекты существенно понижают порог неустойчивости.

Инкремент неустойчивости при токе пучка, значительно большем критического ($I \gg I_K$), имеет порядок

$$\gamma \approx (\omega_{He} k_z u / s)^{1/2}. \quad (18)$$

В релятивистском режиме, как нетрудно показать (учитывая лоренцевы преобразования ω , ρ и E_φ), в дисперсионном уравнении (14) изменится только первый член, в знаменателе которого появится знакомый

*) Появление коэффициента 2 в дрейфовых членах связано с более детальным учетом радиального распределения плотности пучка и плазмы. Принято параболическое распределение¹⁹

$$n_1(r) = n_1(0) [1 - (r^2/a^2)], \quad n_2(r) = n_2(0) [1 - (r^2/R^2)].$$

множитель γ_0^3 . Соответственно пороговый ток будет выражаться соотношением¹⁵

$$I_K \approx (ma^2/4e) k^2 u^3 \gamma_0^3 [1 + (2su\gamma_0^3/a^2 \omega_{He} k_z)]^{-1}, \quad (16')$$

где $\omega_{He} = eH/mc$.

Из (16') видно, что в релятивистском режиме дрейфовые эффекты сильно влияют на пучковую неустойчивость уже при условии

$$su\gamma_0^3/a^2 \omega_{He} k_z > 1. \quad (17')$$

Если второй член в знаменателе (16') значительно больше единицы, то при достаточно большой величине γ_0 ($u \approx c$) критический ток не зависит от энергии электронов пучка:

$$I_K \approx (mc^2/4e) \pi \alpha^2 \omega_{He} / L, \quad (16'')$$

где принято $k_z = \pi/L$, $s=1$ и $k^2 \approx k_r^2 + k_\phi^2 \approx 2/a^2$. Например, при $H = 10^4$ э, $a = 1$ см и $L = 100$ см формула (16'') дает $I_K \approx 300$ а.

Интересно сравнить порог (16'') с критическим током (5'') возбуждения аксиально-симметричных колебаний. Видно, что порог (16'') ниже порога (5'') при условии

$$eH/Mc \equiv \omega_{He} < \pi c/L.$$

Это условие может быть нарушено только в гигантских магнитных полях, например, в случае аргона и $L = 10^2$ см при $H > 10^7$ э (!).

Выражения (15) и (16), как уже указывалось, справедливы только для квазинейтрального пучка, т. е. системы, состоящей из двух компонент: быстрых электронов и медленных ионов. Если в такой пучок ввести дополнительную плазму, то порог неустойчивости будет повышаться. При достаточно большой плотности плазмы, когда дрейфовый плазменный член будет значительно больше дрейфового пучкового, неустойчивость исчезает. Поэтому условие

$$\frac{n_2}{n_1} > R^2/a^2, \quad (19)$$

как видно из дисперсионного уравнения (14), является, по-видимому, достаточным условием устойчивости. Близкое к (19) условие легко получить, если в дисперсионном уравнении (14) пренебречь однородным пучковым членом по сравнению с дрейфовым, а также для простоты принять $\omega \ll k_z u$, $(k^2/k^2) \omega_2^2 \gg (m/M)(\omega_1^2 + \omega_2^2)$, $\omega_2^2 s^2 \gg k^2 k_z^2 R^4 \omega_{He}^2$. Тогда условие устойчивости (мнимая часть комплексной частоты ω отрицательна) примет вид

$$\frac{n_2}{n_1} > (R^2/a^2) R^2 \omega_{He} k_z / su^* \quad (19')$$

Если $R^2 \omega_{He} k_z / su \approx 1$ (как это имеет место в описываемых ниже экспериментах), то условия (19) и (19') практически эквивалентны (вывод условия (19') принадлежит В. В. Арсенину⁸²).

Перейдем теперь к более подробному сравнению рассмотренной дрейфово-пучковой неустойчивости с «универсальной» неустойчивостью пространственно-неоднородной плазмы, в которой электроны имеют максвелловское распределение по скоростям. В отличие от дрейфово-пучковой неустойчивости, при которой фазовая скорость колебаний ω/k_z много меньше скорости электронов пучка u , универсальная неустойчивость вызывается резонансными электронами, движущимися вдоль магнитного поля ($H = H_z$) со скоростями v_z , близкими к фазовой скорости ω/k_z возбуждаемой ими (дрейфовой) волны. Если бы плазма была пространст-

*) Об управлении обсуждаемой неустойчивостью обратными связями см.⁸².

венно-однородной, то при максвелловском распределении электронов по скоростям раскачка волны резонансными электронами была бы невозможной вследствие хорошо известного «затухания Ландау»²¹. Однако неоднородность плазмы вызывает новый эффект: вследствие дрейфа заряженных частиц в скрещенных полях (возмущенном E_ϕ и внешнем H_z) число резонансных частиц, отстающих от волны и поглощающих ее энергию, уменьшается, а число резонансных частиц, опережающих волну и передающих ей энергию, увеличивается. Полная компенсация затухания Ландау (означающая неустойчивость) наступает при условии^{18, 19}

$$k_\phi \frac{\partial f_0}{\partial r} \frac{v_z}{\omega_{He}\omega} > \left. \frac{\partial f_0}{\partial v_z} \right|_{v_z=\omega/k_z} \quad (20)$$

и дополнительном условии

$$v_{Ti} \ll \omega/k_z \ll v_{Te},$$

где f_0 — функция распределения электронов плазмы по скоростям и координатам, T_e , T_i , $v_{Te} = (T_e/m)^{1/2}$, $v_{Ti} = (T_i/M)^{1/2}$ — температуры и тепловые скорости электронов и ионов плазмы. При максвелловском распределении электронов по скоростям условие (20) имеет вид

$$k_\phi v_z / \omega_{He} k_z > 1, \quad s v_z / a^2 \omega_{He} k_z > 1 \quad (21)$$

или

$$\omega \leq \omega^* = c T_e k_\phi / e N a, \quad (21a)$$

где a — «радиус» плазмы, т. е. характерный размер поперечной (по отношению к направлению магнитного поля) неоднородности плотности плазмы, $s = k_\phi a$ — номер азимутальной моды неустойчивости, $v_z = \omega/k_z$ — скорость резонансных электронов, ω^* — так называемая дрейфовая частота.

Видно, что критерий (21) при замене $v_z \rightarrow u$ переходит в критерий (17). Это является иллюстрацией того факта, что в основе «универсальной» и дрейфово-пучковой неустойчивости лежит один и тот же физический механизм. Вместе с тем различие в виде функции распределения электронов по скоростям сказывается в том, что дрейфово-пучковая неустойчивость имеет порог по плотности электронов (16), тогда как универсальная неустойчивость такого порога не имеет. Это обстоятельство создает возможность эффективного моделирования универсальной неустойчивости в опытах с электронными пучками. К этому вопросу мы еще вернемся в следующей главе.

3. Неустойчивость Пирса²²

В данном разделе мы продолжим рассмотрение устойчивости квазинейтрального электронного пучка, состоящего из потока быстрых электронов с концентрацией n_1 и «фона» компенсирующих ионов с концентрацией $n_+ = n_1$ (концентрация плазменных электронов $n_2 = 0$). Выше мы видели, что такая система заряженных частиц проявляет неустойчивость, которая принципиальным образом связана с характером движения ионов «фона» и исчезает, если ионы становятся неподвижными. В самом деле, если масса ионов стремится к бесконечности, то инкремент рассмотренной неустойчивости стремится к нулю. Это видно как из выражений (6), (36), (18), так и непосредственно из дисперсионного уравнения (1), (13), (14), которое при $M \rightarrow \infty$ дает чисто действительные значения частоты колебаний ω ($n_2 = 0$). Это и естественно, поскольку бесконечно тяжелые (неподвижные) ионы не могут осуществлять ту

положительную обратную связь, которая необходима для возникновения неустойчивости.

И тем не менее, как показал впервые Пирс²², квазинейтральный электронный пучок с бесконечно тяжелыми ионами может быть неустойчивым, если пространство, в котором он распространяется, ограничено со всех сторон металлическими стенками, соединенными между собой внешней цепью с бесконечной проводимостью. В этом случае функцию положительной обратной связи, приводящей к раскачке неустойчивости, берут на себя электроны внешней цепи, поддерживающие эквипотенциальность ограничивающих пучок стенок.

Следуя Пирсу, рассмотрим плоский квазинейтральный электронный пучок, компенсированный бесконечно тяжелыми ионами. Пучок распространяется между двумя идеальными сетками, расстояние L между которыми много меньше поперечных размеров пучка. Сетки соединены между собой идеально проводящей внешней цепью, электроны которой «следят» за тем, чтобы разность потенциалов между сетками в любой момент времени строго равнялась нулю.

Пусть в пучке случайно возникли колебания с частотой ω . Посмотрим, при каких условиях эти колебания могут нарастать во времени. Предположим сначала, что сетки не влияют на поведение пучка. Тогда колебания описываются дисперсионным уравнением (1), которое дает два возможных значения волнового числа колебаний

$$k_1 = (\omega + \omega_1)/u, \quad k_2 = (\omega - \omega_1)/u. \quad (22)$$

Этим двум значениям волнового числа соответствуют две волны пространственного заряда: медленная, с фазовой скоростью ω/k_1 , и быстрая, с фазовой скоростью ω/k_2 . Суммарное колебание потенциала (удовлетворяющее, естественно, уравнению Пуассона $k^2\psi = 4\pi\rho$) будет описываться выражением

$$\psi = [A \exp(ik_1z) + B \exp(ik_2z)] \exp(-i\omega t).$$

Обе волны имеют постоянную во времени амплитуду, поскольку инкремент колебаний, как видно из дисперсионного уравнения (1), равен нулю. Теперь учтем влияние сеток. Под действием электрического поля быстрой и медленной волн на сетках будут наводиться заряды, «задачей» которых является выполнение условия эквипотенциальности сеток. (Если бы заряды не наводились, то указанное условие могло бы быть нарушено, поскольку разность фаз колебаний потенциала в местах расположения сеток, вообще говоря, могла бы быть произвольной.) В пространстве между сетками потенциал электрического поля наведенных зарядов удовлетворяет уравнению Лапласа $\nabla^2\psi = 0$, т. е. $\psi = Cz + D$. Таким образом, общее решение уравнения Пуассона для потенциала (с учетом поля зарядов, наведенных на сетках) имеет вид

$$\psi \exp(i\omega t) = A \exp(ik_1z) + B \exp(ik_2z) + Cz + D. \quad (23)$$

Для определения констант A , B , C , D Пирс формулирует следующее граничное условие: в плоскости первой сетки ($z = 0$) все переменные величины (потенциал ψ , скорость v и плотность ρ) равны нулю. Выражая величины v и ρ через ψ с помощью уравнений Пуассона, непрерывности и движения (аналогично тому, как это было сделано в начале гл. II) и пользуясь указанным граничным условием, получим три уравнения, из которых определим три величины B/A , C/A и D/A . Подстановка этих

величин в (23) дает

$$\psi \exp(i\omega t) \sim \frac{\omega^2}{u} z + \frac{j}{2} \omega_1 \left\{ \frac{\omega - \omega_1}{\omega + \omega_1} \left(\exp \left[i(\omega + \omega_1) \frac{z}{u} \right] - 1 \right) + \frac{\omega + \omega_1}{\omega - \omega_1} \left(\exp \left[i(\omega - \omega_1) \frac{z}{u} \right] - 1 \right) \right\}. \quad (23a)$$

Чтобы из найденного таким образом выражения для потенциала $\psi(\omega, \omega_1, z)$ получить дисперсионное уравнение, воспользуемся еще одним граничным условием: при $z = L$ $\psi = 0$. При этом получим

$$\omega^2 + \frac{i}{2} \frac{\omega_1 u}{L} \left\{ \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1 + \omega} \left(\exp \left[i(\omega + \omega_1) \frac{L}{u} \right] - 1 \right) + \frac{\omega_1 + \omega}{\omega_1 - \omega} \left(\exp \left[i(\omega - \omega_1) \frac{L}{u} \right] - 1 \right) \right\} = 0. \quad (24)$$

Решение этого дисперсионного уравнения дает следующий результат. Если величина ω_1 достаточно мала ($\omega_1 < \pi u/L$), то все корни уравнения (24) имеют отрицательную мнимую часть, что означает затухание колебаний, т. е. устойчивость пучка. При $\omega_1 \gg \pi u/L$ уравнение (24) дает

$$\omega \approx (i\pi/4) [\omega_1 - (\pi u/L)], \quad (25)$$

что соответствует аperiodической неустойчивости (действительная часть частоты колебаний равна нулю). Критическим (пороговым) режимом, разделяющим устойчивость от неустойчивости, является режим, в котором

$$\omega_1 = \omega_{1\Pi} \equiv \pi u/L \quad (26)$$

и $\omega = \gamma = 0$ ($\omega_{1\Pi}$ — порог Пирса). В этом режиме, как видно из выражений (23), (23a), константы A , B , C и D , определяющие функцию (23) $\psi(z)$, имеют следующие значения: $C = D = 0$, $B = -A$, и распределение амплитуды колебаний потенциала по длине пучка имеет вид

$$\psi \sim A \sin(\pi z/L). \quad (27)$$

При $\omega_1 \gg \pi u/L$ имеет место аperiodическая неустойчивость с инкрементом

$$\gamma = (\pi/4) [\omega_1 - (\pi u/L)] = (\pi/4) \alpha / \tau \approx (\pi^2/8) \tau^{-1} \Delta j / j_{\Pi}, \quad (28)$$

где $\tau = L/u$ — пролетное время электронов, $\alpha = (\omega_1 L/u) - \pi$ — параметр надкритичности,

$$j_{\Pi} = (m/4\pi e) \omega_{1\Pi}^2 u - (\pi/4) (m/e) u^3 / L^2 \quad (29)$$

— пороговая плотность тока пучка, выше которой возникает неустойчивость Пирса, $\Delta j = j - j_{\Pi}$, j — плотность тока пучка. (Правое из равенств (28) справедливо при $\Delta j < j_{\Pi}$.) Из (28) видно, что при не слишком малой надкритичности ($\Delta j/j_{\Pi}$) инкремент γ имеет порядок обратного времени пролета электрона.

В неустойчивом режиме все константы A , B , C и D оказываются отличными от нуля и распределение амплитуды колебаний потенциала по длине пучка уже перестает изображаться половинкой синусоиды, а приобретает значительно более сложный характер³⁹: при $\alpha \ll 1$

$$\psi \exp(-\gamma t) \sim A \left\{ \sin \left(\frac{\pi + \alpha}{L} z \right) - \frac{\alpha}{4} \left[2 \left(\cos \frac{\pi z}{L} - 1 \right) + \frac{\pi z}{L} \sin \frac{\pi z}{L} \right] \right\}. \quad (26a)$$

Из этого выражения видно, что при $\alpha > 0$ ($j > j_{\Pi}$) экстремум потенциала сдвигается от плоскости $z = L/2$ (где он находился при $\alpha = 0$) в сторону меньших z .

Итак, мы рассмотрели неустойчивость Пирса в плоской геометрии. В экспериментальном отношении наибольший интерес представляет,

естественно, случай цилиндрической геометрии, когда ограниченный по длине пучок радиуса a распространяется по оси металлического цилиндра радиуса $R_2 \gg a$ вдоль сильного внешнего магнитного поля. Применительно к этому случаю задача о неустойчивости Пирса решена пока только численно, с помощью ЭВМ²³. Показано, что и в цилиндрической геометрии неустойчивость Пирса существует и порог неустойчивости определяется выражением

$$\omega_{\Pi}^2 \equiv (4e/ma^2u) I_{\Pi} = k^2 u^2, \quad (29a)$$

где $I_{\Pi} = \pi a^2 j_{\Pi}$ — пороговый ток Пирса, $k^2 = (\pi/L)^2 + k_r^2$, а величина k_r^2 определяется поперечными размерами пучка; при $L \gg R_0 \gg a$ величина k_r^2 определяется соотношением (7). В соответствии с (29a), (7) в случае достаточно длинного и тонкого пучка ($L \gg R_0 \gg a$)

$$I_{\Pi} \approx 66 \cdot 10^{-6} V_0^{3/2} / \ln(R_0/a) \text{ [ампер]}, \quad (29б)$$

где $V = W_1/e$ — энергия электронов пучка (в вольтах). Например, при $W_1 = 1$ кэВ и $R_0/a = 5-6$ $I_{\Pi} \approx 1$ а, при $R_0 = a$ $k \approx 2,4/a$ и

$$I_{\Pi} = 190 \cdot 10^{-6} V_0^{3/2} \text{ [ампер]}. \quad (29в)$$

Таким образом, неустойчивость Пирса можно определить как электростатическую неустойчивость квазинейтрального электронного пучка, обусловленную положительной обратной связью через внешнюю цепь.

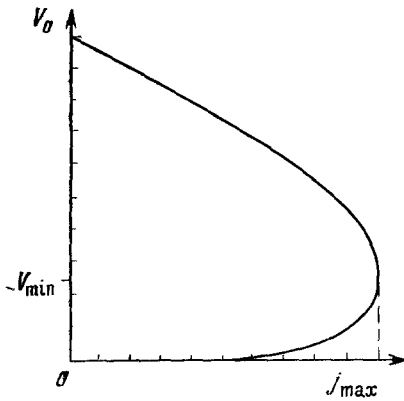


Рис. 2. Зависимость потенциала середины межэлектродного пространства от плотности тока пучка.

Этим свойством она напоминает еще одну электростатическую неустойчивость, с которой связан максимально возможный ток в пучке заряженных частиц одного знака, ограниченный их объемным зарядом. Задача о предельном токе в пучке частиц одного знака (например, в электронном пучке в отсутствие компенсирующих ионов) впервые была решена в работе Бурсиана (см. ²⁴), применительно к плоской геометрии пучка (та же геометрия, что и в задаче Пирса). Основной результат этой работы можно проиллюстрировать с помощью графика, выражающего связь статического потенциала V в середине межэлектродного пространства ($z = L/2$) с плотностью тока пучка (рис. 2). При малом токе пучка потенциал V плоскости $z = L/2$ близок к потенциалу сеток: $V \approx V_0 = W_1/e$ (W_1 — энергия электронов пучка). При увеличении тока растет объемный заряд пучка (компенсирующих ионов нет), и потенциал пучка понижается. Пока плотность тока пучка j такова, что $V > V_{\min} = V_0/4$, уменьшение V с увеличением j происходит непрерывно. Однако при $V = V_{\min}$ увеличение j приводит к скачкообразному уменьшению V до нуля. При этом в пучке возникает виртуальный катод, отражающий значительную часть электронов назад, в сторону источника, и сила тока электронов, доходящих до второй сетки, скачком уменьшается. Таким образом, при $V = V_{\min}$ возникает электростатическая неустойчивость, ограничивающая максимально возможный ток пучка. Предельная плотность тока пучка, выше которой возникает неустойчивость, может быть выражена соот-

пошением

$$j_{\max} \equiv (m/4\pi e) \omega_{1\max}^2 u \approx (\pi m/4e) u^3/L^2, \quad (30)$$

или

$$\omega_{1\max} = (\pi/L) u, \quad (30a)$$

где u — скорость электронов пучка вблизи минимума потенциала.

Обращает на себя внимание тот факт, что выражения (30), (29) для j_{\max} и порога Пирса j_{Π} имеют совершенно одинаковую структуру и j_{\max} отличается от j_{Π} только потому, что потенциал пучка V (вследствие отсутствия компенсирующих ионов) отличается от $V_0 = W_1/e$.

После Бурсиана²¹ задача о предельном токе в пучке частиц одного знака была решена другими авторами, в частности, Смитом и Хартманом²⁵, рассмотревшими случай цилиндрической геометрии пучка. В случае тонкого длинного пучка в просторном кожухе ($a \ll R_0 \ll L$) все провисание потенциала, обусловленное объемным зарядом, сосредоточено вне пучка. $V_{\min} = V_0/3$; все электроны пучка (в точках, далеких от торцов) имеют приблизительно одинаковые скорости $u \approx (2eV_{\min}/m)^{1/2} = (2W_1/3m)^{1/2}$. В этом случае максимальный ток пучка отличается от тока Пирса в $3^{3/2}$ раз²³:

$$I_{\max} = 3^{-3/2} I_{\Pi}, \quad (31)$$

где величина I_{Π} определяется выражением (29б). Другим общим свойством неустойчивостей Пирса и Бурсиана является то обстоятельство, что обе эти неустойчивости характеризуются жестким режимом возбуждения: энергия возмущенного электрического поля за время порядка пролетного времени электрона возрастает до величины, равной энергии электронов пучка. Поэтому неустойчивость Пирса и неустойчивость Бурсиана должны приводить к образованию виртуального катода в пучке. (По этим вопросам см. теоретические работы²⁶.)

В случае релятивистского режима постановка вопроса о неустойчивости Пирса имеет весьма ограниченный смысл. В самом деле, как видно из дисперсионного уравнения (2'), электроны пучка «тяжелее» (в колебаниях) в γ_0^3 раз и при $\gamma_0 \approx (M/m)^{1/3}$ пренебрежение участием ионов в колебаниях перестает быть корректным. При меньших γ_0 ток I_{Π} можно определить из выражения (5), положив в нем $M = \infty$:

$$I_{\Pi} \approx (ma^2/4e) k^2 u^3 \gamma_0^3. \quad (29')$$

Критический ток неустойчивости Бурсиана в релятивистском режиме ($u \approx c$, независимо от провисания потенциала) следует из (30):

$$I_{\max} \approx (ma^2/4e) k^2 c^3 \gamma_0. \quad (30')$$

Различие выражений (29') и (30') определяется релятивистским доплер-эффектом.

В цилиндрическом случае, при наличии сильного внешнего продольного магнитного поля,

$$I_{\max} = mc^3 \gamma_0^3 / e [1 + 2 \ln(R_0/a)]. \quad (30'')$$

Следует отметить, что, если интенсивный релятивистский электронный пучок распространяется сквозь «фон» компенсирующих его объемный заряд положительных ионов в отсутствие внешнего магнитного поля, то ему, согласно теории Альвена⁶³, должна быть свойственна неустойчивость, связанная с «пережатием» пучка собственным магнитным полем. Эта неустойчивость возникает при условии, что энергия собственного магнитного поля пучка сравнивается с его кинетической энергией и

характеризуется порогом (ток Альвена)

$$I_A = (mc^3/e) \gamma_0 \beta = 1,7 \cdot 10^4 \gamma_0 \beta \text{ [ампер]}, \quad (30''')$$

где $\beta = u/c$.

Как видно из сравнения формул (30'') и (30'''), ток Альвена I_A превышает ток Бурсиана I_{\max} сравнительно незначительно — всего в $1 + 2 \ln(R_0/a)$ раз.

4. Неустойчивость ионных пучков в плазме

При рассмотрении неустойчивости ионного пучка в плазме нам необходимо учесть еще один фактор, который до сих пор не принимался во внимание, а именно — тепловое движение электронов плазмы. При этом дисперсионное уравнение, аналогичное (13), примет вид

$$\frac{\omega_1^2}{(\omega - k_z u)^2} + \frac{\omega_+^2}{\omega^2} + \frac{\omega_2^2 k_z^2 / k^2}{\omega^2 - k^2 v_2^2} = 1, \quad (32)$$

где $\omega_1^2 = 4\pi n_1 e^2 / M_1$, $\omega_+^2 = 4\pi n_+ e^2 / M_+$, $\omega_2^2 = 4\pi n_2 e^2 / m$ — лэнгмюровские частоты ионов пучка, ионов плазмы и электронов плазмы, $n_2 = n_1 + n_+$, $v_2 = (T_e/m)^{1/2}$ и T_e — тепловая скорость и температура электронов плазмы. (Уравнение (32), как и (13), относится к тому случаю, когда электроны сильно замагничены, а ионы — не замагничены.)

Будем рассматривать медленные электростатические волны, в которых инерцией электронов плазмы можно пренебречь:

$$\omega / k_z \ll v_2;$$

при этом уравнение (32) примет вид

$$[\omega_1^2 / (\omega - k_z u)^2] + (\omega_+^2 / \omega^2) = 1 + (\omega_2^2 / k^2 v_2^2). \quad (32a)$$

С помощью простых выкладок, полностью аналогичных проведенным в гл. II, находим пороговую плотность пучка n_{1K} , начиная с которой возникает неустойчивость

$$\bar{\omega}_{1K}^2 \equiv 4\pi n_{1K} e^2 / M_1 = k_z^2 u^2 [1 + (\omega_2^2 / k^2 v_2^2)] \times \{1 + [(M_1 / M_+) \times (n_+ / n_1)]^{1/3}\}^{-3}, \quad (33)$$

и частоту колебаний, раскачивающихся при $n_1 \gtrsim n_{1K}$:

$$\omega \approx k_z u \{1 + [(M_+ / M_1) (n_1 / n_+)]^{1/3}\}^{-1} \quad (34)$$

(инкремент колебаний имеет порядок частоты ω). Пренебрегая единицей в скобках числителя (33) и производя простые преобразования, можно условие неустойчивости ионного пучка в плазме представить в виде

$$W_1 / T_e < (k^2 / 2k_z^2) (n_1 / n_2) \{1 + [(M_1 / M_+) (n_+ / n_1)]^{1/3}\}^3, \quad (35)$$

где W_1 — энергия ионов пучка *).

Интересно отметить, что соотношение (35) содержит множитель k^2 / k_z^2 . В условиях эксперимента этот множитель может быть довольно большим. Например, в случае образования стоячих волн (на длине пучка L укладывается целое число полуволн), когда

$$k_z = m\pi / L \quad (m = 1, 2, 3, \dots); \quad (36)$$

отношение k^2 / k_z^2 может иметь порядок квадрата отношения длины пучка к его диаметру (независимо от величины H — см. последнюю сноску).

*) Легко заметить, что вид соотношений (32a) и (35) не зависит от наличия или отсутствия продольного магнитного поля (ионы мы считаем всегда не замагниченными).

В этом случае соотношение (34) описывает колебания на частоте, приблизительно кратной обратному времени пролета ионов пучка.

Мы рассмотрели случаи $\omega/k_z \ll v_2$. В обратном случае дисперсионное уравнение (32) примет вид

$$\frac{\omega_1^2}{(\omega - k_z u)^2} + \frac{\omega_+^2}{\omega^2} + \frac{\omega_+^2 k_z^2 / k^2}{\omega^2} = 1. \quad (32b)$$

В частном случае квазинейтрального ионного пучка (объемный заряд пучка скомпенсирован электронами: $n_1 = n_2$, медленные ионы отсутствуют: $n_+ = 0$) неустойчивость имеет порог

$$\omega_{1к}^2 = \frac{k_z^2 u^2}{\{1 + [(\omega_+^2/\omega_+^2)(k_z^2/k^2)]^{1/3}\}^3} = \frac{k^2 u^2}{[(k^2/k_z^2)^{1/3} + (M/m)^{1/3}]^3}, \quad (33a)$$

и колебания (при $\omega_1 > \omega_{1к}$) происходят с частотой

$$\omega \approx k_z u \{1 + [(m/M)(k^2/k_z^2)]^{1/3}\}^{-1}. \quad (34a)$$

В заключение следует отметить, что квазинейтральный ионный пучок может испытывать не только колебательную, но и аperiodическую неустойчивость²⁷, аналогичную пирсовской неустойчивости квазинейтрального электронного пучка. Различие между этими неустойчивостями состоит в том, что в случае ионного пучка частицы «фона» — электроны могут быть значительно подвижнее частиц пучка. С этим различием связано то обстоятельство, что пороговый ток для ион-электронной пирсовской неустойчивости (кроме множителя $(e/M)^{1/2}$) содержит множитель W_1/T_e . В случае плоского ионного пучка, имеющего длину L , пороговая плотность тока равна²⁷

$$j_k \approx (W_1/T_e) (4/\pi) (2e/M)^{1/2} (W_1/e)^{3/2} / L^2. \quad (37)$$

При $W_1 \gg T_e$ пороговый ток пучка может оказаться за пределами возможности практической реализации.

Итак, в этом разделе была представлена теория устойчивости моно-энергетических пучков заряженных частиц. Она справедлива и для пучков с (небольшим) тепловым разбросом по скоростям, если величина этого разброса Δu удовлетворяет условию

$$\Delta u < \gamma/k_z, \quad (38)$$

где γ — инкремент неустойчивости. В частности, для электрон-ионной неустойчивости с дисперсионными свойствами (3) условие (38) означает

$$\Delta u/u < [(k^2/k_z^2)(m/M)]^{1/2}; \quad (38a)$$

например, в условиях описываемых ниже опытов

$$\Delta u/u < 0,2. \quad (38b)$$

III. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

1. Электрон-ионные колебания в электронных пучках

Перед описанием экспериментальных данных сделаем несколько общих замечаний о возможных подходах к экспериментальной проверке теории пучковых неустойчивостей.

1. Из приведенных выше соотношений видно, что проверка теории может производиться по двум линиям: либо путем изучения дисперсионных свойств (частотных характеристик и пространственной структуры)

наблюдаемых колебаний, либо путем измерения порогов (критических токов) неустойчивостей. При изучении дисперсионных свойств колебаний возникает следующая трудность. Чтобы иметь возможность сопоставлять эксперимент с изложенной выше линейной теорией, необходимо работать с колебаниями достаточно малой амплитуды, но такие колебания трудно выделить на фоне шумов плазмы; если же амплитуда колебаний достаточно велика, то их дисперсионные свойства, в принципе, могут быть искажены возникающими нелинейными эффектами. От обоих указанных недостатков свободен метод проверки теории по (экспериментально-измеряемым) порогам неустойчивостей. В этом втором методе измерение дисперсионных свойств колебаний также производится, но оно играет подсобную роль и делается для уверенности в том, что изучается «то, что нужно».

2. Проверка приведенной выше теории может дать наиболее определенные результаты в том случае, если экспериментально исследуемая система заряженных частиц состоит только из двух компонент: быстрых электронов пучка и (равного количества) медленных ионов, т. е. представляет собой квазинейтральный электронный пучок. Если же, кроме этих двух компонент, имеется еще и «лишняя» плазма (достаточно большой плотности), то, как было показано выше, дисперсионные свойства и пороги неустойчивостей оказываются существенно иными и значительно более трудно интерпретируемыми. Поэтому мы прежде всего изложим экспериментальные данные по электрон-ионным неустойчивостям квазинейтрального электронного пучка.

3. Один из способов получения рассматриваемой двухкомпонентной системы (по-видимому, наиболее удобный) состоит в пропускании достаточно интенсивного электронного пучка через разреженный газ. В этом случае медленные электроны, образующиеся при ионизации газа пучком, выталкиваются отрицательным объемным зарядом пучка и быстро уходят из системы, а ионы удерживаются в пучке в течение более длительного времени и компенсируют объемный заряд пучка. Рассмотрим это явление несколько подробнее.

Пусть скорость электронов пучка u , их концентрация n_1 , концентрация молекул нейтрального газа n_0 , сечение их ионизации электронами пучка σ , концентрация ионов n_+ , их средняя скорость v_+ . Пучок имеет форму цилиндрического стержня (длина L , радиус a) и распространяется вдоль сильного магнитного поля, по оси эквипотенциального объема с металлическими стенками. Равновесный потенциал пучка (относительно стенок) ϕ как по величине, так и по знаку определяется соотношением между скоростью ионообразования в пучке, $n_1 n_0 \sigma u \pi a^2 L$, и свободным потоком ионов вдоль магнитного поля, $2(n_+ v_+ / 4) \pi a^2$. Если первая из этих величин меньше второй, то потенциал пучка будет отрицательным и ионы будут накапливаться в пучке до тех пор, пока не установится квазинейтральность: $n_+ \approx n_1$. Следовательно, условие того, что потенциал квазинейтрального пучка отрицателен, имеет вид

$$n_0 \sigma u L < v_+ / 2, \quad (39)$$

или

$$1/n_0 \sigma u > 2L/v_+, \quad (39a)$$

что означает

$$\tau_i > \tau_+, \quad (39b)$$

где $\tau_i = 1/n_0 \sigma u$ — среднее время ионизации газа электронами пучка, $\tau_+ = 2L/v_+$ — среднее время пролета иона вдоль пучка. Если, например, ионы и атомы нейтрального газа принадлежат водороду, $L = 10^2$ см, $v_+ = 2,5 \cdot 10^8$ см/сек (средняя энергия ионов ~ 3 эв), $u = 10^9$ см/сек,

$\sigma \approx 10^{-16} \text{ см}^{-2}$, то условие (39) удовлетворяется при $n_0 < 1,25 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$, т. е. при давлениях газа

$$p_0 < 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ мм рт. ст.}$$

В условиях эксперимента это условие легко выполняется. Кроме того, важно учитывать то обстоятельство, что в реальных условиях та площадь, через которую ионы уходят из системы, оказывается в несколько раз большей площади поперечного сечения электронного пучка, πa^2 (о причине этого явления см. ниже). Поэтому при $p_0 \ll (1 - 2) \cdot 10^{-6} \text{ мм рт. ст.}$ потенциал пучка будет отрицательным даже в случае тяжелых газов (азот, аргон), с большим сечением ионизации.

Если условие (39) не выполняется, то равновесная плотность ионов окажется больше плотности электронов пучка; при этом потенциал изменит знак на противоположный, в пучке будут удерживаться медленные электроны, и рассматриваемая система заряженных частиц будет уже состоять не из двух, а из трех компонент. При достаточно большом давлении газа плотность «лишней» плазмы будет значительно превышать плотность электронов пучка.

Перейдем теперь к изложению экспериментальных данных по пучковым электрон-ионным неустойчивостям. Что касается неустойчивостей Пирса и Бурсиана, то вопрос об их экспериментальном наблюдении рассматривается в п. 1 гл. IV в связи с обсуждением механизма ограничения тока в квазинейтральных электронных пучках. Исследование порогов электрон-ионных неустойчивостей и их дисперсионных свойств было проведено в опытах автора и сотрудников^{28, 29}. Эти опыты проводились на двухкомпонентной системе, которая представляла собой квазинейтральный пучок, распространяющийся вдоль магнитного поля в газе при $p_0 \approx 10^{-6} \text{ мм рт. ст.}$ по оси эквипотенциального металлического цилиндра. Энергии электронов пучка W_1 составляли сотни электрон-вольт, сила тока — десятки и сотни миллиампер, длина пучка $\sim 100 \text{ см}$, диаметр пучка $\sim 1 \text{ см}$, диаметр цилиндра 30 см , напряженность магнитного поля — сотни — тысячи эрстед.

В опытах были обнаружены два типа колебаний. Общим свойством этих колебаний является их электрон-ионный характер: участие ионов в колебаниях выражается, в частности, в их ускорении до больших энергий (порядка энергий электронов пучка) и в сильном увеличении радиуса ионного «фона». Колебания обоих типов являются длинноволновыми: на длине пучка обычно укладывается половина длины волны колебаний ($\lambda_z \approx 2L$, $k_z = 2\pi/\lambda_z \approx \pi/L$). Однако в поперечном сечении пространственная структура колебаний является существенно различной: колебания одного из указанных типов обладают аксиальной симметрией ($k^2 = k_r^2 + k_z^2$, $k_\phi = 0$), а колебания другого типа оказываются аксиально-несимметричными. Последние распространяются по азимуту (вокруг пучка) в сторону, соответствующую направлению ларморовского вращения электрона. На периметре пучка ($2\pi a$) обычно укладывается одна азимутальная длина волны колебаний, это означает, что $k_\phi \approx 1/a$. Частоты колебаний лежат в диапазоне частот электрон-ионных колебаний, описываемых теорией, изложенной в гл. II.

Характерным свойством колебаний обоих типов является наличие четкого порога (критического тока) возбуждения, весьма чувствительного к параметрам пучка. Экспериментальные данные о порогах рассматриваемых неустойчивостей в функции от напряженности магнитного поля и энергии электронов пучка приведены на рис. 3—5*).

* На кривой 2 рис. 4 и кривых 1 и 2 рис. 5 фактически приведены значения предельных токов, превышающие значения I_K не более чем на 10—15% (см. 28).

Эти данные можно суммировать следующим образом:

1) порог возбуждения электрон-ионных колебаний, обладающих аксиальной симметрией (I_c) не зависит от H , пропорционален u^3 . (40)

2) порог возбуждения электрон-ионных колебаний, не обладающих аксиальной симметрией (I_k) при малых u и больших H : пропорционален u^3 и не зависит от H ; при больших u и малых H : приблизительно пропорционален произведению $u^2 H$. (41)

3) Соотношение между порогами зависит от напряженности магнитного поля:

$$I_c/I_k: \begin{cases} > 1 \text{ при малых } H, \\ < 1 \text{ при больших } H. \end{cases} \quad (42)$$

4) порог возбуждения аксиально-симметричных колебаний в 2—3 раза меньше теоретического значения тока Пирса, вычисленного по формуле (296) и показанного прямой \mathcal{J} на рис. 4. Порог возбуждения колебаний, не обладающих аксиальной симметрией, при малых H значительно меньше тока Пирса, а при больших H весьма близок к току Пирса или даже практически совпадает с ним. Ток Пирса, как величина, зависящая от весьма малого количества параметров и доступная довольно точно вычислению, приведен на рис. 4 и 5 в качестве некоторого «эталоны» для оценки абсолютной величины изучаемых порогов.

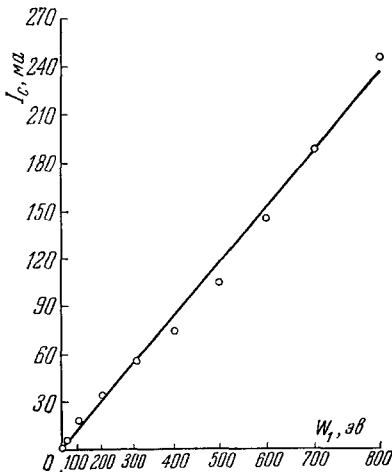


Рис. 3. Зависимость критического тока I_c возбуждения аксиально-симметричных электрон-ионных колебаний от куба скорости электронов пучка. $H=7800$ э, $L=90$ см, $p=1,4 \cdot 10^{-6}$ мм рт. ст.

между наблюдаемым порогом I_c и теоретическим соотношением (5), с другой стороны — между наблюдаемым порогом I_k и теоретическим соотношением (16).

Эти данные, вместе с результатами изучения пространственной структуры и частотных спектров колебаний^{28, 29}, позволяют сделать вывод, что описанные здесь электрон-ионные колебания представляют собой прямые следствия предсказываемых теорией электрон-ионных пучковой и дрейфово-пучковой неустойчивостей.

Рассмотренная выше теория допускает возможность еще одной экспериментальной проверки: если перейти от квазинейтрального (двухкомпонентного) пучка к трехкомпонентной системе, в которой плотность плазменных электронов n_2 , например, больше или равна плотности электронов пучка n_1 , то должна наблюдаться электрон-электронная неустойчивость с порогом (12) и частотой колебаний (11). Опыт³⁰, результат которого представлен на рис. 6, подтвердил и это предсказание теории:

наблюдаемые колебания являются электронными (ускорение ионов отсутствует), порог их возбуждения пропорционален u^3 , не зависит от H , уменьшается с увеличением отношения n_2/n_1 и, наконец, в приблизительно «нужное» число раз меньше тока Пирса. Более того, дисперсионные

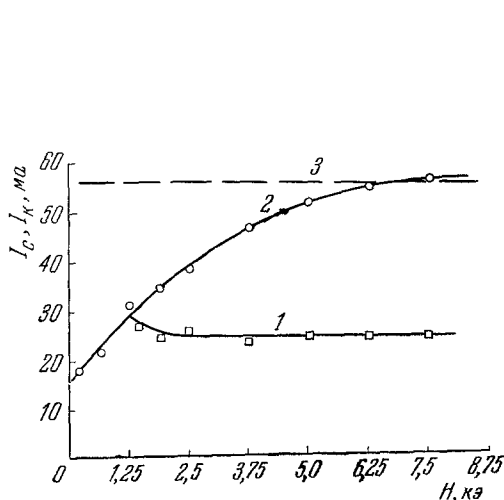


Рис. 4. Пороги электрон-ионных неустойчивостей в функции от напряженности магнитного поля.

1- $I=I_c$ —критический ток возбуждения колебаний, обладающих аксиальной симметрией, 2- $I=I_k$ —критический ток возбуждения колебаний, не обладающих аксиальной симметрией, 3- $I=I_{II}$ —ток возбуждения неустойчивости Пирса. $W_1=200$ эв, $2 R_0=30$ см, $2 a=1$ см.

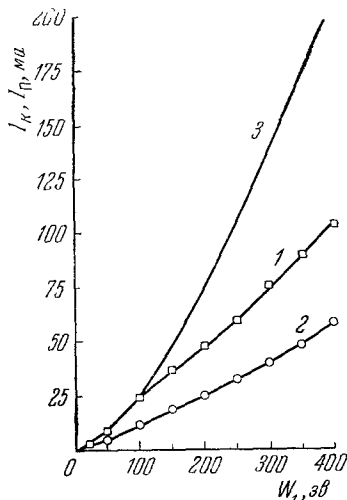


Рис. 5. Зависимость критического тока возбуждения аксиально-несимметричных электрон-ионных колебаний от энергии электронов пучка.

$2 R_0=10$ см, $2 a=1$ см. 1- $H=4000$ э, 2- $H=600$ э, 3- $I=I_{II}$ —ток Пирса.

свойства колебаний хорошо описываются линейной теорией (учитывающей образование стоячих волн вдоль пучка). Последнее неудивительно, поскольку в случае электрон-электронных колебаний нелинейные эффекты выражены значительно слабее, чем в случае электрон-ионных колебаний: например, изменение радиуса пучка под влиянием колебаний (даже если бы оно происходило), согласно соотношению (11), непосредственно не влияет на частоту колебаний, в отличие от случая (3), где частота колебаний чувствительна к изменению $k \sim 1/a$. В связи с этим уместно заметить, что частотные характеристики электрон-ионных колебаний только в грубом приближении соответствуют теории (а вернее сказать — не противоречат ей, если учесть разумные дополнительные соображения о нелинейных эффектах) ²⁹.

Важно упомянуть еще об одном эффекте, наблюдаемом при переходе от двухкомпонентной системы к трехкомпонентной: возрастание

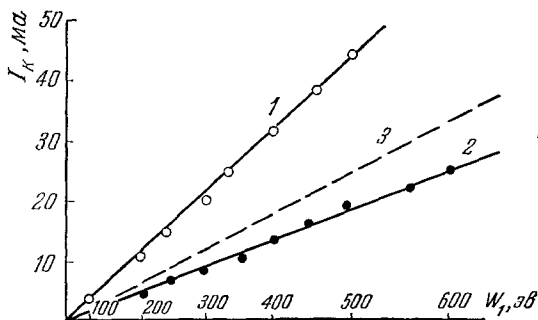


Рис. 6. Зависимость критического тока возбуждения электрон-электронных колебаний от куба скорости электронов пучка.

1- $n_2 < n_1$, 2- $n_2 > n_1$, 3—теоретическое значение порога (12) при $n_2=n_1$.

порога I_c и появление разброса электронов пучка по скоростям, затрудняющее выполнение условия (38), приводят к тому, что электрон-ионные аксиально-симметричные колебания вообще перестают возбуждаться²⁹.

Что касается электрон-ионных колебаний, не обладающих аксиальной симметрией, то их возбуждение продолжается до тех пор, пока выполняется условие, обратное (19)²⁹.

Теперь интересно посмотреть на изложенную теорию и представленные экспериментальные данные с совсем другой стороны. С этой целью отвлекаясь на время от пучковых неустойчивостей и вспомним, что теория предсказывает так называемую универсальную (дрейфовую) неустойчивость плазмы в магнитном поле, вызываемую ее пространственной неоднородностью (см. выше). Эта неустойчивость представляет принципиальный интерес в связи с разработкой проблемы управляемых термоядерных реакций в высокотемпературной (неизбежно неоднородной) плазме. Однако ее экспериментальная идентификация встречает большие трудности. Они связаны с тем, что в случае максвелловского распределения электронов плазмы по скоростям эта неустойчивость не имеет порога по плотности частиц, а по дисперсионным свойствам ее очень трудно отличить от неустойчивостей совсем другой природы (об этом см., например, ³¹). Вместе с тем мы видели, что если изменить функцию распределения электронов, т. е. если от максвелловского распределения перейти к δ -функции (моноэнергетический квазинейтральный электронный пучок), то у рассматриваемой неустойчивости (которая теперь уже будет называться не дрейфовой, а дрейфово-пучковой) появится порог, выражаемый соотношением (16). Благодаря наличию этого порога экспериментальная идентификация неустойчивости, как было показано выше, оказывается легко осуществимой. Таким образом, описанные выше опыты представляют интерес еще и с другой стороны: в них было проведено успешное моделирование универсальной неустойчивости плазмы (подробнее об этом см. ³²).

2. Ионные колебания в электронных пучках

Давно известно (см., например, ^{33, 34}), что при прохождении электронного пучка сквозь «фон» положительных ионов (в разреженном газе) наблюдаются электростатические колебания с частотой, близкой к лэнгмюровской ионной частоте: $\omega \approx \omega_+ = (4\pi l_+ e^2 / M)^{1/2}$. Здесь мы обсудим механизм возбуждения этих колебаний. Легко видеть, что этот механизм отличается от рассмотренного выше механизма раскачки электрон-ионных колебаний. К такому заключению мы приходим на основании того факта, что явление, о котором идет речь, наблюдается уже при относительно малых токах пучка, много меньших описанных выше порогов электрон-ионных неустойчивостей. Эти неустойчивости возбуждаются, так сказать, гидродинамически: все электроны пучка имеют скорости, значительно превышающие фазовую скорость электрон-ионных колебаний, и возбуждение неустойчивости соответствует аномальному эффекту Допплера; этот механизм отличается наличием четкого порога возбуждения (5), (16). Кроме такого механизма, согласно теории, возможен другой механизм раскачки колебаний, связанный с эффектом Вавилова — Черенкова. Он реализуется в том случае, когда пучок электронов сильно размыт по скоростям и возбуждение колебаний производится не всеми электронами, а только их небольшой частью — так называемыми резонансными электронами, скорости которых равны (слегка больше) фазовой скорости возбуждаемых волн. При таком (кинетическом) механизме раскачки колебаний пороговый ток возбуждения, согласно теории, отсутствует.

Ток пучка определяет в этом случае не сам факт возбуждения колебаний, а их инкремент (амплитуду).

В реальных экспериментах кинетическое возбуждение колебаний может осуществляться электронами вторичной эмиссии, выбиваемыми быстрыми (первичными) электронами из коллектора пучка. И действительно, роль вторичных электронов в раскачке лэнгмюровских ионных колебаний оказывается весьма значительной^{29, 30}.

Важно отметить, что рассматриваемые «ионные» колебания наблюдаются не только в квазинейтральном (двухкомпонентном) пучке, но также и в трехкомпонентной системе, в которой плотность «лишней» плазмы порядка (или даже больше) плотности электронов пучка. Общий случай возбуждения этих колебаний был экспериментально исследован в²⁹, где было показано, что частоты колебаний хорошо соответствуют теоретической формуле³⁷

$$\omega^2 = \omega_+^2 / (1 + k^2 d^2), \tag{43}$$

где k — полное волновое число, $d = (T_e / 4\pi n_2 e^2)^{1/2}$ — электронный дебаевский радиус, T_e — температура плазменных электронов, n_2 — их плотность. При достаточно малой плотности плазмы (когда $k^2 d^2 \gg 1$) $\omega \approx \omega_+$. Этот случай исследован в многочисленных работах, например в^{33, 34}. При достаточно большой плотности плазмы, когда $k^2 d^2 \ll 1$, колебания из ионных лэнгмюровских превращаются в ионно-звуковые:

$$\omega \approx kv_s, \tag{43a}$$

где $v_s = (T_e / M)^{1/2}$ — скорость ионного звука; в этом случае (исследованном в²⁹) частота колебаний перестает зависеть от плотности заряженных частиц.

3. Неустойчивость ионных пучков в плазме

Неустойчивость ионных пучков в плазме наблюдалась в экспериментах Габовича с сотрудниками (см. ³⁵, а также недавнюю работу⁷³).

Основные результаты этих экспериментов состоят в следующем: 1) имеется некоторая пороговая энергия ионов пучка W_K , выше которой пучок устойчив, 2) пороговая энергия ионов пропорциональна температуре электронов плазмы T_e . Эти результаты представлены на рис. 7, взятом из работы³⁵. Нетрудно видеть, что они находятся в хорошем качественном согласии с теоретическими соотношениями (33) и (35).

Представляет интерес сравнить измеренное и теоретическое значения коэффициента пропорциональности β между пороговым значением W_K и величиной T_e . Из формулы (35) искомый коэффициент для условий опытов³⁵ (при $n_+ \approx n_1$, $k_z \approx \frac{\pi}{L} \approx 2 \text{ см}^{-1}$, $k \approx \frac{1}{a} \approx 4 \text{ см}^{-1}$, $M_2 = M_1$) получается равным 16, тогда как опыт дает $\beta = 6$. Поскольку условия опытов³⁵, и прежде всего отношение n_+ / n_1 ,

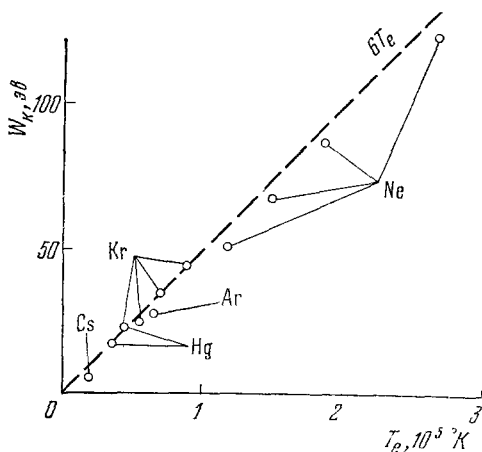


Рис. 7. Зависимость пороговой энергии возбуждения ион-ионных колебаний ионным пучком в собственном газе от температуры электронов плазмы T_e .

известны не очень точно, можно констатировать лишь качественное согласие теории с опытом и отсутствие больших количественных расхождений.

В работе Чернова с сотрудниками⁷² экспериментально исследовалась конвективная неустойчивость ионного пучка (протоны с энергией в десятки килоэлектрон-вольт), скомпенсированного электронами. Было показано, что порог возникновения этой неустойчивости и ее дисперсионные свойства соответствуют приведенной выше теории (см. уравнения (32)). Авторы работы⁷² использовали указанную неустойчивость для создания устройства, которое в известном смысле может быть названо лампой бегущей волны на ионном пучке.

Экспериментальная проверка «ионной» пирсовской неустойчивости²⁷ пока не осуществлена. Неустойчивость ионных пучков в поперечном магнитном поле исследована в работе³⁶.

IV. ЭФФЕКТЫ, ВЫЗЫВАЕМЫЕ ПУЧКОВЫМИ НЕУСТОЙЧИВОСТЯМИ

1. Предельные токи в квазинейтральных электронных пучках

Если пучок состоит из частиц одного знака и распространяется в идеальном вакууме, то сила тока пучка не может быть увеличена выше некоторого предела, величина которого определяется порогом электростатической неустойчивости Бурсиана (см. п. 3 гл. II). Это хорошо известное явление ограничения тока пучка

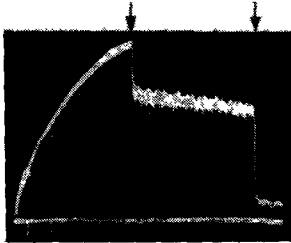


Рис. 8. Оциллограмма тока пучка при монотонном увеличении тока, выходящего из источника²⁸.

Длительность нарастания тока много больше времени нейтрализации пространственного заряда пучка τ_i . Левая стрелка показывает момент срыва тока, правая — момент окончания импульса пучка. Развертка — 10 мкс/см, $W_1 = 600$ эв, $H = 4000$ э, $L = 100$ см, $\rho = 1 \cdot 10^{-6}$ мм рт. ст., $2R_0 = 30$ см, $2a = 1$ см. Предельный ток — 180 ма.

пространственным зарядом, исследованное теоретически^{24, 25, 23} и экспериментально^{38, 40}; между теорией и экспериментом имеется хорошее количественное согласие. Если скомпенсировать пространственный заряд пучка частицами противоположного знака, то, казалось бы, можно значительно увеличить предельные токи в пучках. Однако оказывается, что это не так: предельные токи в квазинейтральных электронных пучках остаются, в принципе, приблизительно на прежнем уровне, после достижения которого происходит срыв тока. Это явление отмечалось еще Пирсом^{22, 25}. Оно демонстрируется на рис. 8*).

Экспериментальное исследование механизма ограничения (срыва) тока в квазинейтральном электронном пучке было проведено в опытах Волосова³⁹, Аткинсона⁴⁰ и автора с сотрудниками^{28, 29}. В работах^{28, 29} было показано, что в широком диапазоне условий эксперимента причиной срыва тока является дрейфово-пучковая электрон-ионная неустойчивость; предельный ток пучка очень незначительно (\sim на 10—15%) превышает порог (16) возникновения этой неустойчивости. В частности, если длина пучка и скорость электронов достаточно велики, а напряженность (продольного) магнитного поля, наоборот, не слишком велика

* Говоря о срыве тока, мы имеем в виду такое явление, когда в потоке электронов образуется «виртуальный катод» (область с отрицательным потенциалом, равным энергии электронов пучка), от которого отражается значительная часть электронов. Образование виртуального катода при срыве тока в квазинейтральном электронном пучке было продемонстрировано в опытах²⁸.

(например, $L \approx 10^2$ см, $u \approx (1 - 2) \cdot 10^9$ см/сек, $H \leq (1 - 2) \cdot 10^3$ э), то предельный ток пучка существенно (в несколько раз) меньше тока Пирса (29б). В других условиях (малые u , большие H) порог дрейфово-пучковой неустойчивости и предельный ток пучка оказываются близкими к порогу Пирса. Наконец, можно выбрать такие условия эксперимента, в которых дрейфово-пучковая неустойчивость стабилизируется; при этом предельный ток пучка, согласно изложенной выше теории, должен определяться неустойчивостью Пирса.

Указанные условия реализуются проще всего в двух случаях: 1) если при достаточно большой напряженности магнитного поля длина пучка $L \sim 1/k_z$ достаточно мала, например $L = 10$ см, как в опытах Волосова³⁹; 2) если диаметр пучка совпадает с диаметром кожуха ($R_0 = a$) и при этом энергия электронов достаточно мала, как в опытах Аткинсона⁴⁰, где $W_1 \leq 60$ эв. В обоих случаях дрейфово-пучковая неустойчивость нижней пространственной моды развиваться не может: в первом случае — вследствие невыполнения критерия (17), а во втором — вследствие обращения в нуль поля E_ϕ на границе пучка. Что касается высших мод дрейфово-пучковой неустойчивости, то они также возбуждаться не могут, поскольку их пороги (вследствие большей величины k^2) при указанных условиях превышают порог Пирса (29). И действительно, в обоих рассмотренных случаях^{39, 40} экспериментально измеренные предельные токи в квазинейтральном электронном пучке оказываются весьма близкими к току Пирса^{22, 23}, что находится в хорошем соответствии с изложенной здесь теорией.

Следует отметить, что по указанным выше причинам, даже при малой длине пучка ($L = 10$ см), увеличение скорости электронов и уменьшение напряженности магнитного поля приводят к существенному отклонению предельного тока пучка от пирсовского тока (рис. 9)²⁸. В работе³⁹ ошибочно указано, что предельный ток не зависит от магнитного поля при $H \geq 20$ э. Таким образом, ограничение (срыв) тока в квазинейтральном электронном пучке вызывается двумя причинами: либо дрейфово-пучковой неустойчивостью, либо неустойчивостью Пирса, в зависимости от того, какой порог ниже: (16) или (29а).

Необходимо, однако, подчеркнуть, что указанное соответствие между предельным током пучка I_l и порогом дрейфово-пучковой неустойчивости I_K наблюдается только при $I_K > I_{\max}$, где I_{\max} — предельный ток пучка, ограниченный пространственным зарядом в вакууме (порог Бурсиана)²⁸. Это и естественно, поскольку запырание (срыв тока) пучка происходит только при $I > I_{\max}$. С переходом к трехкомпонентной системе предельный устойчивый ток электронного пучка существенно возрастает²⁹ и при достаточно большой плотности «лишней» плазмы ($n_2 \gg n_1$) может на порядок превышать ток Пирса. Так, при определенных условиях^{41, 44} предельная плотность тока устойчивого пучка составляет

$$j_l \approx n_2 v_2 / 4 \tag{44}$$

где v_2 — тепловая скорость электронов плазмы; в опытах⁴¹ ток j_l , опре-

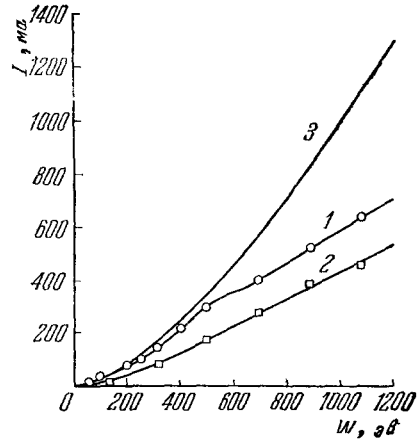


Рис. 9. Зависимость предельного тока I_l от энергии электронов пучка²⁸. 2 $a=1$ см, 2 $R_0=6$ см, $L=10$ см, 1— $H=5200$ э, 2— $H=1200$ э, 3—ток Пирса.

деляемый соотношением ⁴⁴, превышает ток Пирса примерно на два порядка величины. Этот факт иллюстрируется взятым из ⁴¹ рис. 10, на котором показана зависимость (среднего во времени) тока пучка I_{cp} , прошедшего через плазму, от плотности плазмы при неизменной величине тока на входе в плазму (I_+). Видно, что с увеличением плотности плазмы ток прошедшего через нее пучка сначала резко возрастает, а затем практически достигает насыщения. Последнее означает, что через плазму проходит весь ток электронного пучка (I_+). Плотность плазмы, соответствующая насыщению, определяется соотношением (44). В условиях рис. 10 предельный

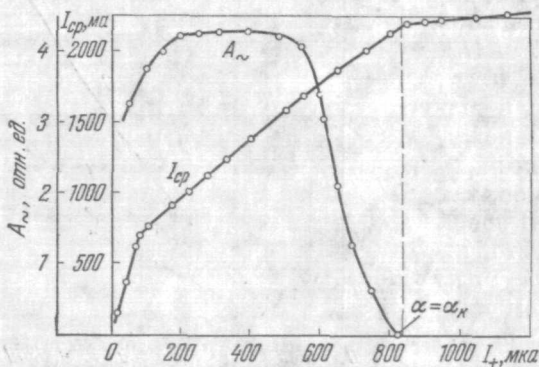


Рис. 10. Зависимость тока пучка, прошедшего через плазму (I_{cp}), и амплитуды колебаний A_∞ от концентрации плазмы ⁴¹.

По оси абсцисс отложены значения I_+ индикатора плотности плазмы n_2 . С увеличением I_+ величина n_2 монотонно возрастает; $\alpha_K \approx 30-40$. Энергия электронов пучка $W_1 \approx 100$ эв, ток пучка на входе в плазму $I_1 = 2\alpha \approx 10^2$ П.

устойчивый ток пучка (ток насыщения) превышает ток Пирса примерно на два порядка величины. На рис. 10 показано также влияние концентрации плазмы на амплитуду A_∞ тех колебаний в системе пучок-плазма, которые ответственны за ограничение тока (проходящего) пучка. В условиях насыщения тока, когда отношение α плотности плазмы электронов n_2 к плотности пучка n_1 достигает критической величины $\alpha_K \approx 30-40$, рассматриваемые колебания исчезают и ток пучка становится (в указанном смысле) устойчивым. Отметим, что в таком «устойчивом» пучке интенсивно раскачиваются ленгмюровские электронные колебания, вызывающие сильный разброс электронов пучка по скоростям, но не влияющие на величину тока, прошедшего через плазму ⁴¹. Что касается неустойчивостей интенсивных релятивистских пучков, то их пороги до сих пор экспериментально не исследованы, хотя опыты с такими пучками в настоящее время интенсивно проводятся ^{64, 68, 76}. Одним из результатов этих опытов является установление самого факта ограничения тока в пучках величинами, близкими к токам I_{max} и I_A , определяемым формулами (30') и (30''). Этот факт демонстрируется рис. 11 (из работы ⁶⁴). На рис. 11 показано свечение газа, через который распространяется релятивистский пучок с энергией электронов 1,5–2,5 Мэв ($\gamma_0 = 4-6$). Концентрация компенсирующих ионов, по-видимому, близка к концентрации электронов пучка; в случае а) ток пучка составляет 20 кА, в случае б) — 40 кА; видно, что в последнем случае пучок запирается.

Следует отметить, что если параметры системы пучок — плазма неоднородны вдоль пучка, то динамика неустойчивости может существенно измениться; этот эффект теоретически рассмотрен в работах ^{70, 71} на примере электрон-электронной неустойчивости.



Рис. 11. Распространение релятивистского электронного пучка в газе (воздух, давление $2 \cdot 10^{-1}$ мм рт. ст.). Пучок движется справа налево, длина показанного участка пучка 40 см. а) Энергия электронов пучка $W_1 = 2,5$ Мэв, ток $I = 20$ кА, пучок проходит свободно; б) $W_1 = 1,5$ Мэв, $I = 40$ кА, пучок запирается.

2. Ускорение (нагрев) ионов плазмы электронными пучками

В опытах автора и сотрудников ^{42, 77} было обнаружено, что в процессе развития электрон-ионных пучковых неустойчивостей происходит ускорение (нагрев) ионов плазмы до весьма больших энергий — порядка энергий электронов пучка и выше. Это нелинейное явление представляется естественным, хотя и не может быть количественно сопоставлено с существующей теорией ввиду ее линейности. Сопоставление с теорией допускают только те условия, в которых на опыте наблюдается ускорение ионов.

Рассматриваемое явление выглядит наиболее четко в случае трехкомпонентной системы, когда электронный пучок проходит сквозь столб значительно более плотной (первоначально холодной) плазмы; отношение плотности плазмы n_2 к плотности пучка n_1 составляет, например, несколько десятков ^{42 *}); по абсолютной величине n_2 порядка нескольких единиц на 10^{12} см^{-3} сила тока пучка $I \approx 20 \text{ а}$ ⁴². При определенных условиях происходит нагрев практически всех ионов плазменного столба до температуры около 1 кэв ; ионы ускоряются в основном перпендикулярно направлению скорости пучка (т. е. перпендикулярно \mathbf{H}). Последнее обстоятельство благоприятствует использованию этого явления для накопления плазмы с горячими ионами в ловушке с магнитными пробками.

На рис. 12 показан энергетический спектр протонов, измеренный при пропускании неустойчивого плазменного пучка вдоль оси такой ловушки (спектр взят из работы ³²). Видно, что в спектре присутствует значительное количество ионов с энергиями в несколько килоэлектрон-вольт, т. е. в несколько раз превышающими энергию первичных электронов пучка W_1 , равную 1 кэв ^{**}). Общая плотность быстрых ионов составляет $\sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$ в объеме плазмы $(5-10) \cdot 10^3 \text{ см}^3$ (средний диаметр плазмы в ловушке $\sim 15 \text{ см}$, средняя длина $\sim 50 \text{ см}$), средняя энергия (температура) ионов составляет $1-1,5 \text{ кэв}$. В этих условиях поток быстрых ионов из плазменного пучка длиной 100 см в ловушку составляет $1-2 \text{ а}$ (подробнее см. ⁴²).

Описанное явление можно назвать турбулентным нагревом ионов плазмы электронным пучком. Это явление используется, в частности, в известных опытах Иоффе и его сотрудников для исследования поведения плазмы с горячими ионами в ловушках с комбинированными магнитными полями ⁴³. В этих опытах плазма, заполняющая ловушку, генерируется в неустойчивом плазменном пучке.

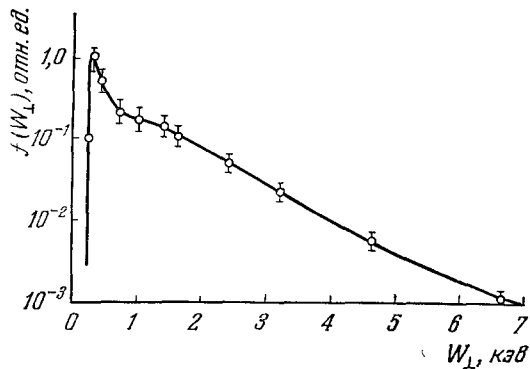


Рис. 12. Энергетический спектр ионов в магнитной ловушке ³².

W_{\perp} — энергия движения ионов перпендикулярно магнитному полю. Средняя энергия ионов $W_{\text{ср}} \approx 1,2 \text{ кэв}$, ток пучка $I=10 \text{ а}$, $W_1=1 \text{ кэв}$, $H=3000 \text{ э}$.

*) В дальнейшем мы будем такую систему называть плазменным пучком.

**) Отметим, что в энергетическом спектре имеются также ионы с энергиями $W_{\perp} = 20-30 \text{ кэв}$, однако их концентрация относительно мала — порядка $10^{-4}-10^{-3}$ от полной плотности плазмы (см. также работу ⁷⁸).

Идентификация основной неустойчивости, наиболее ответственной за эффективное ускорение ионов в плазменном пучке, была осуществлена в опытах автора с сотрудниками^{29, 44}. Этой неустойчивостью оказалась описанная выше дрейфово-пучковая неустойчивость. Вначале возможность возникновения этой неустойчивости при исходном отношении $n_2/n_1 \approx 20-40$ казалась невероятной, поскольку, как было показано выше, рассматриваемая неустойчивость, в соответствии с соотношением (19), исчезает уже при $n_2/n_1 \approx 5-6$. Однако опыты^{41, 44} показали, что если ток пучка превышает предельный ток (44), т. е. если

$$n_1 v_1 > n_2 v_2 / 4, \quad (45)$$

то дрейфово-пучковой неустойчивости предшествуют две другие («сторонние») неустойчивости. В процессе развития этих неустойчивостей отношение R^2/a^2 существенно возрастает (R — радиус плазмы, a — радиус пучка), а отношение n_2/n_1 соответственно падает.

К началу дрейфово-пучковой неустойчивости соотношение, обратное (19), оказывается приблизительно выполненным. Указанные «сторонние» неустойчивости и их природа описаны в работе⁴⁴.

Вкратце суть дела сводится к следующему. Как показывает эксперимент⁴⁵, плазменный пучок, вообще говоря, может находиться в нескольких дискретных состояниях, характеризующихся существенно различной степенью турбулентности. Относительно «спокойным» состоянием (в котором, однако, в полной мере развиваются лэнгмюровские электронные колебания и функция распределения электронов пучка приобретает вид плато) является состояние с достаточно большим отношением n_2/n_1 плотности электронов плазмы к плотности электронов пучка. Например, $n_2/n_1 \gtrsim 30$. В этом состоянии сколько-нибудь существенного нагрева ионов плазмы не происходит, однако наблюдается неустойчивость на частотах от единиц килогерц до десятков килогерц. Она выражается в образовании плазменного «факела», однородного вдоль магнитного поля и вращающегося вокруг оси пучка, в сторону ларморовского вращения иона, со скоростью $\sim cE_r/H$, где $E_r \approx T_e/eR$ — радиальное электрическое поле, обусловленное равновесным потенциалом плазмы $\phi \approx T_e/e$. В факеле имеет место азимутальное разделение зарядов: на переднем фронте факела наблюдается избыток ионов, а на заднем фронте — избыток электронов; связанное с этим разделение зарядов азимутальное электрическое поле приводит к радиальному росту факела. Такая пространственная структура характерна для центробежной желобковой неустойчивости плазмы, вращающейся в скрещенных полях: радиальном электрическом (E_r) и продольном магнитном¹¹. Условия возбуждения наблюдаемой неустойчивости также соответствуют теоретическому критерию раскачки центробежной неустойчивости. Рассматриваемая неустойчивость приводит к увеличению радиуса плазмы R и уменьшению ее плотности n_2 , причем эти изменения являются тем более сильными, чем меньше исходная величина n_2 . Если уменьшать плотность плазмы (регулируя подачу газа в плазменный источник), то наступает такой момент, когда отношение R^2/a^2 скачком значительно увеличивается и плазменный пучок переходит в другое состояние. В этом новом состоянии уже наблюдается существенный нагрев ионов плазмы, а также наблюдаются явления, свидетельствующие о раскачке другой неустойчивости, на частотах, близких к ионно-звуковым (см. соотношение (43а)). Эта неустойчивость в свою очередь приводит к дополнительному существенному увеличению отношения R^2/a^2 и уменьшению n_2/n_1 . Тем самым она непосредственно подготавливает условия возникновения дрейфово-пучковой неустойчивости, с которой связан переход плазменного пучка в третье состояние — с самым

высоким уровнем турбулентности и наиболее интенсивным нагревом ионов плазмы. В этом состоянии наблюдается срыв тока пучка (образование виртуального катода в потоке первичных электронов)⁴¹. Таким образом, дрейфово-пучковая неустойчивость оказывается ответственной не только за ускорение ионов до больших энергий, но также и за срыв тока в плазменном пучке.

Взаимосвязь явлений срыва тока электронного пучка и нагрева ионов пронизываемой этим пучком плазмы демонстрируется осциллограммами рис. 13 и 14, снятыми в таких условиях, когда плотность плазменного шнура n_2 периодически опускается ниже порога неустойчивости (44).

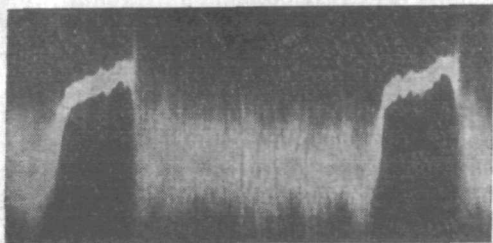


Рис. 13. Осциллограмма тока электронного пучка, проходящего через плазменный шнур в релаксационном режиме неустойчивости⁴¹.

Отклонение вверх соответствует увеличению электронного тока. Длинный период—500 мксек, размах колебаний почти равен току пучка на гладких участках осциллограммы.

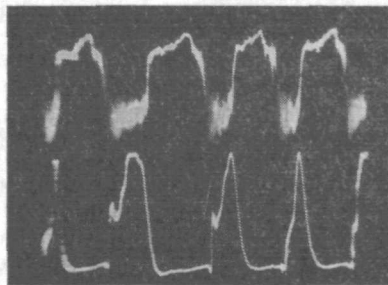


Рис. 14. Осциллограммы тока электронного пучка, проходящего через плазменный шнур (верхняя), и потока ускоренных ионов, вылетающих из шнура, в релаксационном режиме неустойчивости^{41, 42}.

На нижней осциллограмме отклонение вверх от горизонтальной линии соответствует увеличению ионного потока от нуля. Условия примерно те же, что и на рис. 13.

Видно, что в данном случае неустойчивость носит характер «приступов», которые характеризуются, во-первых, резким уменьшением тока пучка, проходящего через плазменный шнур (в несколько раз или даже на порядок величины), и, во-вторых, эмиссией больших потоков ускоренных ионов из шнура. В те промежутки времени, когда неустойчивость отсутствует (гладкие участки на осциллограммах тока пучка на рис. 13 и 14), пучок свободно проходит через плазменный шнур и ускорения (нагрева) ионов не происходит.

Что касается самого процесса ускорения ионов до высоких энергий, то он является, по-видимому, стохастическим: турбулентное состояние плазменного пучка характеризуется сплошным спектром колебаний в диапазоне частот от нескольких килогерц до нескольких мегагерц, включающем ларморовскую частоту ионов; предположению о стохастическом характере ускорения ионов соответствует и тот факт, что ускоренные ионы имеют сплошной энергетический спектр (см. рис. 12).

Ускорение ионов до больших энергий при прохождении электронного пучка через плазму и переходы плазменного пучка между различными дискретными состояниями наблюдались также в опытах Найдая, Алексефа, Фумелли и их сотрудников^{46, 78}. Природа и механизм этих явлений, по-видимому, аналогичны описанным выше.

Важно отметить, что в рассмотренном здесь неустойчивом плазменном пучке часть (~10%) ионов ускоряется до киловольтных энергий *вдоль* направления распространения пучка (т. е. *вдоль* H)⁴². Продольное ускорение ионов до указанных энергий наблюдается также *и в устойчивом*

вом пучке, однако в этом случае оно происходит только в течение тех нескольких десятков микросекунд (от момента включения источника пучка), пока плазменный пучок распространяется (с ионной скоростью) от источника до коллектора пучка⁴². Ускорение ионов в последнем случае происходит на той глубокой потенциальной яме (виртуальный катод), которая всегда имеет место на переднем фронте распространяющегося пучка. Следует подчеркнуть, что энергии ускоренных ионов превышают энергии электронов пучка. Возможно, что этот механизм имеет отношение к явлению очень эффективного продольного ускорения ионов в мощных электронных пучках, наблюдаемому в опытах Плютто и его сотрудников⁶⁵, а также к явлению продольного ускорения ионов в опытах⁶⁷ и в плазменных пушках лаборатории Поста⁶⁶. Указанный механизм недавно постулирован также Ростокером с целью объяснения ускорения ионов до энергий в несколько мегаэлектрон-вольт, наблюдаемого в интенсивных релятивистских электронных пучках^{68, 76}; в последнем случае ток ускоренных ионов составляет сотни ампер, а максимальная энергия ионов (как и в работе⁶⁵) в десять раз превышает энергию электронов пучка. Это явление представляет большой интерес как один из возможных методов коллективного ускорения заряженных частиц до высоких энергий. К рассматриваемому очень близко явление ускорения ионов при разлете (максвелловской) плазмы в вакуум, исследованное теоретически⁷⁹.

В заключение этого раздела сделаем одно замечание, касающееся аномальной диффузии плазмы поперек сильного магнитного поля, вызываемой электрон-ионными пучковыми неустойчивостями. Аномальная диффузия частиц плазмы поперек магнитного поля была обнаружена Бомом⁴⁷, получившим для определенных условий известный коэффициент диффузии:

$$D_B = cT_e/16eH.$$

Диффузия с таким коэффициентом считается очень большой; например, такая диффузия невероятно осложнила бы возможность создания квазистационарного термоядерного реактора с положительным выходом⁴⁸.

Так вот, оказывается, что при развитии дрейфово-пучковой неустойчивости плазменного пучка происходит настолько быстрая диффузия заряженных частиц поперек магнитного поля, что коэффициент диффузии превышает величину D_B , даже если в качестве T_e подставить энергию первичных электронов пучка (подробнее об этом см.⁴⁵).

Для сопоставления эксперимента с теорией необходимо распространение теории в нелинейную область.

3. О явлении срыва ускорения электронов плазмы в электрическом поле

Существует еще одно интересное явление, имеющее прямое отношение к обсуждаемым электрон-ионным неустойчивостям пучков в плазме. Оно состоит в том, что внешним вихревым электрическим полем, наложенным на плазму, не удастся ускорять электроны плазмы до сколь угодно значительных энергий; процесс ускорения срывается при энергии электронов $\sim 50-70$ кэв. К сожалению, это явление исследовано экспериментально не настолько полно, чтобы можно было настаивать на вполне определенной его интерпретации. Поэтому мы здесь ограничимся только сопоставлением условий, при которых наблюдается это явление, с приведенной выше теорией.

Наиболее чистые опыты по ускорению электронов плазмы в тороидальных установках были поставлены Стефановским⁴⁹. В этих опытах

впервые была устранена сильная неоднородность ускоряющего электрического поля вдоль орбиты электронов и, вследствие этого, удалось существенно увеличить количество и энергию ускоренных электронов. Стефановский считает⁴⁹, что в его опытах имело место ускорение всех электронов плазмы. На языке данной статьи это означает, что система заряженных частиц представляла собой (двухкомпонентный) квазинейтральный электронный пучок. Но такому пучку, в принципе, свойственны рассмотренные выше электрон-ионные неустойчивости. Чтобы оценить их возможную роль в данном случае, произведем сравнение теоретических значений порогов и инкрементов этих неустойчивостей с обстоятельствами срыва ускорения электронов в опытах⁴⁹.

Условия опытов⁴⁹: ток ускоренных электронов $I_{\text{max}} \approx 1200$ а, энергия ускоренных электронов $W_1 = 50 - 70$ кэв, время существования пучка $T \approx 10^{-7}$ сек, напряженность продольного магнитного поля $H = 1,2 \cdot 10^3$ э, длина орбиты электронов $L \approx 100$ см, радиус плазменного шнура $a \approx 2,7$ см.

Ионы принадлежат аргону. Полагая $(k_z)_{\text{min}} = \pi/L$, k_ϕ , $k_r \approx 1/a$ и учитывая (небольшую) релятивистскую поправку, получаем для этих условий следующие значения порогов (5) и (16) электрон-ионных неустойчивостей:

$$\begin{array}{ll} \text{для пучковой неустойчивости: } I_k \approx 600 \text{ а,} \\ \text{для дрейфово-пучковой} & \text{»} \quad : I_k \approx 250 \text{ а.} \end{array}$$

Видно, что эти пороги меньше максимального тока ускоренных электронов в опытах⁴⁹, т. е. электрон-ионные неустойчивости возможны.

Теперь необходимо посмотреть, «успеют» ли эти неустойчивости сорвать ток пучка за время $T \approx 10^{-7}$ сек. Оценим их инкременты. Из соотношения (6) находим инкремент пучковой электрон-ионной неустойчивости: $\gamma \approx 2 \cdot 10^7$, т. е. $2\gamma T \approx 4$. Что касается инкремента дрейфово-пучковой неустойчивости (18), пропорционального $(k_z)^{1/2}$, то для его оценки возьмем то максимально возможное k_z (больше π/L), при котором еще выполняется условие (17), т. е. $k_z \approx 2u/a^2 \omega_{He}$. При этом, согласно соотношению (18), для аргона получим

$$\gamma \approx (\omega_{H1}/\omega_{He})^{1/2} (2u^2/a^2)^{1/2} \approx 3 \cdot 10^7, \tag{18a}$$

т. е. $2\gamma T \approx 6$. Теперь найдем время развития неустойчивости. Определим это время как тот промежуток времени, в течение которого плотность энергии колебаний успеет нарасти от уровня тепловых шумов до величины nW_1 (поскольку, согласно⁴⁹, ускоряются все электроны, то $n_1 = n$). Плотность энергии тепловых шумов

$$W_T = T_e (4\pi d^3/3)^{-1}, \tag{46}$$

где d — радиус Дебая:

$$d = (T_e/4\pi n e^2)^{1/2}.$$

Следовательно,

$$nW_1/W_T = W_1 T_e^{1/2}/3 (4\pi n e^2)^{1/2}. \tag{47}$$

Для условий⁴⁹, т. е. при $n = 10^{10}$ см⁻³, $T_e \approx 5$ эв, $W_1 = 60$ кэв, отношение (47) составляет примерно $3 \cdot 10^9$. С другой стороны, энергия колебаний (квадрат амплитуды) возрастает по закону $e^{2\gamma t}$. Поэтому искомое время

$$\tau = \ln(nW_1/W_T)/2\gamma, \tag{48}$$

т. е.

$$\tau \approx 10/\gamma.$$

Найденная величина τ , выраженная в единицах γ^{-1} , в случае дрейфово-пучковой неустойчивости превышает длительность импульса тока

ускоренных электронов всего примерно в три раза. (В случае «обычной» пучковой электрон-ионной неустойчивости это различие больше — около 5.) К тому же следует еще иметь в виду следующие обстоятельства: 1) начальный уровень шумов в плазме (в силу различных причин, связанных, в частности, со способом создания плазмы) может существенно превышать тепловой уровень (46); 2) вследствие известного скинирования ускоряющего электрического поля ⁴⁹ характерный размер поперечного градиента плотности тока (в теории принимаемый примерно равным радиусу шнура, a) может быть существенно меньше a . Следовательно, инкремент дрейфово-пучковой неустойчивости может превышать принятую выше величину (18); 3) нелинейный инкремент γ не обязательно должен равняться величине (18), вытекающей из линейной теории. Иначе говоря, можно констатировать, что некоторое отличие времени развития неустойчивости, наблюдаемого экспериментально, от теоретического времени развития дрейфово-пучковой неустойчивости вряд ли выходит за пределы точности расчета.

Таким образом, из двух рассматриваемых электрон-ионных неустойчивостей дрейфово-пучковая неустойчивость (имеющая меньший порог и больший инкремент) представляется более вероятной причиной срыва ускорения электронов внешним электрическим полем в опытах ⁴⁹ *). Эта неустойчивость, в принципе, может быть застabilизирована увеличением напряженности магнитного поля. Для этого, однако, в условиях опытов ⁴⁹ потребовались бы поля порядка десятков тысяч эрстед — в нерелятивистском случае (см. условие (17)) и много более сильные поля — в релятивистском случае (см. условие (17')).

Следует отметить, что, по мнению авторов теоретических работ ^{52, 53}, причиной срыва ускорения электронов в опытах ⁴⁹ могла быть упоминавшаяся во введении дрейфовая слиппинг-стрим-неустойчивость, вызываемая наличием сильного радиального градиента скорости электронов пучка. Эта неустойчивость, как и дрейфово-пучковая, развивается при условии, близком к условию (17) (если характерный размер поперечного градиента скорости электронов пучка близок к радиусу пучка), т. е., в принципе, также стабилизируется достаточно сильным увеличением напряженности магнитного поля. В теоретической работе ⁵⁴ высказывается иная точка зрения, согласно которой, причиной рассматриваемого явления может быть так называемая неустойчивость «отрицательной массы», свойственная циклическим ускорителям с мягкой фокусировкой.

Таким образом, для однозначной идентификации причины, ответственной за явление срыва ускорения электронов внешним электрическим полем, необходимы более полные экспериментальные данные относительно дисперсионных свойств, пространственной структуры, порогов возникновения и возможностей стабилизации неустойчивостей в условиях типа ⁴⁹; в связи с этим см. также работу ⁷⁵.

Наконец, отметим, что на проявление пучковой электрон-ионной неустойчивости указывается в экспериментальных работах ^{55, 74} в связи с исследованием механизма аномально низкой электропроводности плазмы в сильных электрических полях ⁵⁵ и механизма нагрева плазмы в высоко-точном газовом разряде ⁷⁴. По рассмотренным вопросам см. также ^{50, 51}.

Стабилизация неустойчивостей при ускорении электронов плазмы внешним электрическим полем была успешно осуществлена на линейном плазменном бетатроне ⁸⁰, где было достигнуто значительное увеличение

*) Стефановский также считает, что обсуждаемая причина не связана с «обычной» пучковой электрон-ионной неустойчивостью (см. в работе ⁴⁹ комментарий к рис. 14).

тока ускоренных электронов. Этот результат был получен путем отказа от попыток ускорения *всех* электронов плазмы, т. е. путем перехода к трехкомпонентной системе, в которой плотность пучка ускоренных электронов мала по сравнению с полной плотностью плазмы. Интересно отметить, что этот результат вполне гармонирует с описанным в § 1 фактом значительного увеличения предельного тока пучка в плазме при увеличении плотности плазмы.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, экспериментальные данные по порогам электрон-ионных пучковых неустойчивостей хорошо подтверждают существующую линейную теорию. По поводу этой теории необходимо сделать два замечания. Во-первых, всюду в настоящем обзоре, как и в работах ^{19, 20}, при выводе и анализе дисперсионных уравнений мы, в целях простоты и наглядности, пользовались так называемым квазиклассическим приближением. В этом приближении, достаточно строго справедливом при $k_r a \gg 1$, возмущение электрического потенциала имеет вид $\Psi = \Phi(r) \exp(is\varphi + ik_z z - i\omega t)$, где $\Phi(r) \approx \exp(ik_r r)$. Мы, однако, здесь и в работах ^{28-30, 32} применяли такую запись также и для крупномасштабных возмущений ($k_r a \approx 1$), играющих наибольшую роль в эксперименте: именно такие возмущения определяют величину порогов неустойчивостей и предельных токов пучка. Указанная нестрогость является вполне оправданной, поскольку результат сравнения представленных здесь экспериментальных данных с уточненной теорией ¹³⁻¹⁶ оказывается по существу тем же самым. Иными словами, отказ от квазиклассического приближения и применение несколько более строгой (но значительно более громоздкой) теории приводит лишь к небольшим количественным поправкам, которые в настоящем обзоре были бы явно недостаточной компенсацией за утерю таких важных достоинств теории, как простота и наглядность.

Значительно более важным представляется другое обстоятельство. Существующая теория дрейфово-пучковой неустойчивости (как приближенная, так и уточненная ¹⁵) является *линейной*, и поэтому она, хорошо объясняя условия возникновения таких *нелинейных* явлений, как нагрев ионов плазмы и срыв тока в пучках, не способна объяснить динамику этих явлений. Это обстоятельство лишний раз подчеркивает важность дальнейшего развития нелинейной теории электрон-ионных пучковых неустойчивостей. С прикладной точки зрения такая необходимость связывается с задачей повышения эффективности турбулентного нагрева ионов плазмы пучками заряженных частиц, с развитием электроники, физики ускорителей и релятивистских пучков сверхвысокой интенсивности.

С современным состоянием нелинейной теории рассматриваемых явлений можно ознакомиться по монографиям ^{18, 56} и статьям ^{10, 57, 58, 81}.

В заключение напомним, что всюду в настоящем обзоре, говоря о пучках, мы имели в виду такую ситуацию, когда направленная скорость частиц пучка больше их тепловой скорости (или, в крайнем случае, сравнима с ней). Поэтому мы совершенно не касались вопроса о неустойчивости тока в плазме, когда направленная (токовая) скорость электронов много меньше их тепловой скорости. Этому вопросу и связанному с ним явлению турбулентного нагрева плазмы протекающим по ней током посвящены работы Завойского и Рудакова и их сотрудников (см., например, обзор ⁶⁹ и цитированную там литературу), а также Супруненко с сотрудниками (см., например, ⁷⁴ и цитированную там литературу).

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Ахнезер, Я. Б. Файнберг, ДАН СССР **64**, 555 (1949); ЖЭТФ **21**, 1262 (1951).
2. D. Bohm, E. P. Gross, Phys. Rev. **75**, 1851 (1949).
3. Я. Б. Файнберг, Атомная энергия **11**, 313 (1961).
4. Я. Б. Файнберг, Доклад на международном симпозиуме по взаимодействию пучков заряженных частиц с плазмой (Прага, 1967), Czech. J. Phys. **5B**, 652 (1968).
5. Ya. B. Fa i n b e r g, в сб. Survey of Phenomena in Ionized Gases, IAEA, Vienna, 1968, стр. 149; УФН **93**, 617 (1967).
6. R. Briggs, Electron-Steam Interactions with Plasmas, MIT Press, Cambridge, 1964.
7. А. И. Ахнезер, И. А. Ахнезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов, Коллективные колебания в плазме, М., Атомиздат, 1964.
8. J. R. Pierce, J. Appl. Phys. **19**, 231 (1948).
9. Г. И. Будкер, Атомная энергия **5**, 9 (1959).
10. O. Vignepain, Phys. Rev. **115**, 503 (1959).
11. А. А. Веденов, Е. П. Велихов, Р. З. Сагдеев, УФН **73**, 701 (1961).
12. В. П. Силин, А. А. Рухадзе, Электромагнитные свойства плазмы и плазмopodobных сред, М., Госатомиздат, 1961, стр. 173.
13. М. Ф. Горбатенко, В. Д. Шапиро, в сб. «Взаимодействие пучков заряженных частиц с плазмой», Киев, «Наукова думка», 1965, стр. 103.
14. M. J o s h i k a w a, Nuclear Fusion **1** (3), 167 (1961).
15. Л. С. Богданкевич, И. И. Желязков, А. А. Рухадзе, ЖЭТФ **57**, 315 (1969); Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, Препринт ФИАН № 6, 1970.
16. A. W. Trivelpiece, R. W. Gould, J. Appl. Phys. **30**, 1784 (1959).
17. В. Л. Гинзбург, УФН **69**, 537 (1959); В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ДАН СССР **54**, 699 (1947).
18. Б. Е. Кадомцев, в сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 4, М., Атомиздат, 1964; В. В. Кадомцев, Plasma Turbulence, Academic Press, London, 1965.
19. А. Б. Михайловский, ЖТФ **35**, 1945 (1965); Атомная энергия **20**, 103 (1966); см. также В. В. Владимиров, ДАН СССР **162**, 785 (1965).
20. Л. С. Богданкевич, Е. Е. Ловецкий, А. А. Рухадзе, Ядерный синтез **6**, 9, 176 (1966).
21. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **16**, 574 (1946); см. также Б. Е. Кадомцев, УФН **95**, 111 (1968).
22. J. R. Pierce, J. Appl. Phys. **15**, 721 (1944).
23. J. Frey, C. K. Birdsall, J. Appl. Phys. **37**, 2051 (1966); см. также J. Appl. Phys. **36**, 2962 (1965).
24. В. Р. Бурсиан, В. И. Павлов, ЖРФХО **55**, 71 (1923).
25. L. P. Smith, P. L. Hartman, J. Appl. Phys. **11**, 220 (1940); J. R. Pierce, Theory and Design of Electron Beams, N.Y., 1954.
26. В. Д. Шапиро, В. И. Шевченко, ЖЭТФ **52**, 144 (1967); В. М. Смирнов, ЖЭТФ **50**, 1005 (1966).
27. Ю. С. Попов, Письма ЖЭТФ **4**, 352 (1966).
28. М. В. Незлин, А. М. Солнцев, ЖЭТФ **53**, 437 (1967).
29. М. В. Незлин, М. И. Тактакишвили, А. С. Трубников, ЖЭТФ **55**, 397 (1968).
30. М. В. Незлин, Г. И. Сапожников, А. М. Солнцев, ЖЭТФ **50**, 349 (1966).
31. F. F. Chen, в сб. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research. Conference Proceedings (Novosibirsk, 1968), vol. 2, IAEA, Vienna, 1969.
32. M. V. Nezlin, см. ³¹, стр. 763.
33. K. G. Herngvist, J. Appl. Phys. **26**, 544 (1955); A. Vermeer, T. Matitti, H. I. Norman, I. Kistemaker, Plasma Phys. **9**, 241 (1967).
34. В. Д. Федорченко, Б. Н. Руткевич, В. И. Муратов, Б. М. Черный, ЖТФ **32**, 958 (1962).
35. М. Д. Габович, Г. С. Кириченко, ЖЭТФ **47**, 1594 (1964); **50**, 1183 (1966).
36. M. V. Nezlin, Plasma Phys. **10**, 337 (1968).
37. В. Д. Шафранов, в сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 3, М., Атомиздат, 1963, стр. 79.
38. A. Neff, PIRE **27**, 586 (1939) (см. также в ²⁵ библиографию по этому вопросу).
39. В. И. Волосов, ЖТФ **32**, 566 (1962).
40. H. Atkinson, Abstracts of the 5th Annual Meeting of Amer. Phys. Soc., Div. of Plasma Phys., San Diego, California, 1963.
41. М. В. Незлин, ЖЭТФ **41**, 1015, 2047 (1961); **36**, 46 (1964).
42. М. В. Незлин, А. М. Солнцев, ЖЭТФ **45**, 840 (1963); **48**, 1237 (1965).

43. Yu. T. Bauborodov, Yu. V. Gott, M. S. Ioffe, R. I. Sobolev, см. ³¹, стр. 213.
44. М. В. Незлин, ЖЭТФ 53, 1151 (1967).
45. М. В. Незлин, А. М. Солнцев, ЖЭТФ 49, 1377 (1965).
46. I. Alexeff, R. V. Neidigh, Phys. Rev. Lett. 13, 179 (1964); I. Alexeff, W. D. Jones, R. V. Neidigh, Phys. Rev. Lett. 18, 1109 (1967).
47. D. Bohm et al., The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields, ed. by A. Guthrie and R. K. Wakerling, N.Y., 1949.
48. Л. А. Арцимович, УФН 91, 365 (1967); Б. Б. Кадоццев, УФН 91, 381 (1967).
49. А. М. Стефановский, Ядерный синтез 5, 215 (1965).
50. Е. Е. Ловецкий, А. А. Рухадзе, ЖЭТФ 48, 514 (1965).
51. В. И. Шевченко, ЖТФ 36, 627 (1966).
52. А. Б. Михайловский, А. А. Рухадзе, ЖТФ 35, 2143 (1965).
53. Л. С. Богданевич, И. И. Желязков, А. А. Рухадзе, Nuclear Fusion 9, 239 (1969).
54. R. W. Landau, Phys. Fluids 11, 205 (1968).
55. S. M. Hamberger, M. Friedman, Phys. Rev. Lett. 21 (10), 674 (1968) (см. также цитированную там литературу).
56. В. Н. Цытович, Нелинейные эффекты в плазме, М., «Наука», 1967.
57. T. E. Stringer, Plasma Phys. 6, 267 (1964) (см. также цитированную там литературу).
58. R. E. Amendt, W. E. Drummond, Phys. Fluids 7, 1816 (1964).
59. М. Л. Иовнович, Н. Б. Рубин, В. П. Сарандцев, Атомная энергия 27, 301 (1969).
60. F. Winterberg, Phys. Rev. 174, 212 (1968).
61. А. В. Тимофеев, Резонансные явления в течениях плазмы и жидкости. Препринт ИАЭ-1570 (1968) (см., в частности, приложение 56).
62. D. Finkelstein, P. A. Sturrock, в сб. «Plasma Physics» (J. E. Drummond, Ed., Ch. 8. McGraw Hill, Book Comp., N.Y., 1961).
63. H. Alfven, Phys. Rev. 55, 425 (1939); J. D. Lawson, J. Electr. and Control 3, 587 (1957).
64. J. R. Uglum, W. H. McNeill, S. F. Graubill, S. V. Nablo, Proc. of 9th Intern. Conference on Phen. in Ionized Gases, Bucharest, 1969, p. 574.
65. А. А. Плюто, К. В. Суладзе, С. М. Темчин, Е. Д. Короч, Атомная энергия 27, 418 (1969).
66. F. N. Sjoengen et al., Phys. Rev. Lett. 5, 459 (1960).
67. Г. П. Березина, Я. Б. Файнберг, А. К. Березин, Атомная энергия 24, 465 (1968).
68. N. Rostoker, Phys. Today 22, (6), 60 (1969).
69. Е. К. Завойский, Л. И. Рудаков, Атомная энергия 23, 417 (1967).
70. Д. Д. Рютов, ЖЭТФ 57, 232 (1969).
71. J. A. Davis, A. Bergs, Nonlinear Aspects of the Beam-Plasma Interaction, Preprint, presented at the Symposium on Turbulence of Fluids and Plasmas, Polytechnic Institute of Brooklyn, April 1968.
72. З. С. Чернов, П. С. Воронов, Н. А. Овчинникова, Г. А. Бернашевский, ЖЭТФ 57, 725 (1969).
73. А. А. Гончаров, Г. С. Кириченко, ЖТФ 39, 1979 (1969).
74. V. A. Surpinenko, E. A. Suchomlin, V. T. Tolok, см. ⁶⁴, стр. 550; Н. А. Манзюк, В. А. Супруненко, Е. А. Сухомлин, А. М. Тернопол, ЖЭТФ 58, 551 (1970).
75. J. Rubinstein, H. M. Skarsgard, A. R. Strilchuk, D. W. A. Whitfield, см. ⁶⁴, стр. 561.
76. Bull. Amer. Phys. Soc. 13, 56, 157 (1968); 14, 49 (1969).
77. М. В. Незлин, М. И. Тактакишвили, А. С. Трубников, ЖТФ 40 392 (1970).
78. M. Fumelli, R. Dei-Cas, P. Girard, F. P. G. Valckx, 3rd European Conference on Contr. Fusion and Plasma Phys. (Utrecht, the Netherlands. 1969), стр. 112.
79. А. В. Гуревич, Л. В. Парийская, Л. П. Пятаевский, ЖЭТФ 49, 647 (1965).
80. Е. И. Луценко, Я. Б. Файнберг, Н. С. Педенко, В. А. Васильчук, ЖТФ 40, 529 (1970).
81. J. P. Freidberg, T. P. Armstrong, Phys. Fluids 11, 2669 (1968).
82. В. В. Арсенин, Письма ЖЭТФ 11, 500 (1970).