

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ТРЕНИЯ И ИЗНОСА МАТЕРИАЛОВ НА ВЫСОКИХ СКОРОСТЯХ СКОЛЬЖЕНИЯ¹

Известно, что коэффициент трения зависит от следующих факторов: материала и состояния контактирующих поверхностей; конструкции фрикционного сочленения или узла; режима работы (скорости скольжения V , удельной нагрузки $P_{уд}$, температуры ϑ и градиента температуры $\partial\vartheta/\partial z$ в области контакта).

Обычно, рассматривая взаимодействие двух поверхностей при трении, находящихся под нагрузкой $P = \text{const}$, принимают реакцию от нагрузки $R = P = \text{const}$. Однако вследствие того, что реальные поверхности имеют волнистость, погрешность формы, а также на одно из контактирующих тел могут накладываться колебания, являющиеся следствием допусков в подвижных опорах и сочленениях, на высоких скоростях скольжения к нагрузке добавляются инерционные силы, в результате чего величины реакции R при $P = \text{const}$ могут меняться в широких пределах в зависимости от скорости скольжения, амплитуды и длины волны, величины погрешности формы, амплитуды и частоты вибрационных колебаний, а также массы тела m , к которому приложена нагрузка P .

Причем для заданной конструкции фрикционного сочленения (заданная волнистость, погрешность формы, масса m тела, к которому приложена нагрузка P и т. д.) на величину реакции R оказывает решающее влияние скорость относительного перемещения контактирующих тел.

Поэтому при определении коэффициента трения и износа материалов на высоких скоростях скольжения² необходимо для каждого конкретного случая учитывать характер изменения реакции R .

Рассмотрим движение материальной точки M массы m , находящейся под действием постоянной вертикальной нагрузки $P = \text{const}$ по абсолютно жесткой волнистой синусоидальной поверхности, у которой длина волны l значительно больше амплитуды a ($l > 200 a$), что справедливо и для реального тела, у которого линейный размер L существенно меньше длины волны [$L < (l/5)$].

При этом в зависимости от скорости скольжения $V = \text{const}$ для физических моделей изображенных на рис. 1 и рис. 2, возможны четыре случая:

¹ Автор выражает благодарность своему научному руководителю проф. И. В. Крагельскому за помощь, оказанию в постановке и проведении этого исследования и обсуждении полученных результатов.

² В настоящее время в лаборатории трения Государственного научно-исследовательского института машиноведения созданы установки для экспериментального исследования трения и износа материалов на высоких скоростях скольжения.

1. При скоростях V , находящихся в пределах от 0 до некоторого значения $V_{1кр}$, материальная точка M полностью следует за формой синусоидальной кривой $abgde$ и т. д. (рис. 3). Величина реакции R колеблется от R_{\min} в точках $x = nl/4$, где $n = 1; 5; 9$ и т. д., до R_{\max} в точках $x = nl/4$, где $n = 3; 7$ и т. д. (рис. 4).

2. При $V = V_{1кр}$ материальная точка M срывается с гребня волны в точке b и, опускаясь под действием нагрузки P , попадает в точку e (рис. 5). Величина реакции R по длине волны колеблется (рис. 6): на участке $x = 0 \div x_1$ $R = 0$, где x_1 — координата точки e ; в точках $x = l/4$ и $3/4l$ — $R = P$; в точке $x = 1/2l$ $R = 2P$; в точке $x = l$ $R = 0$.

3. При значениях V , находящихся в пределах от $V_{1кр}$ до некоторого значения $V_{2кр}$, материальная точка M , сорвавшись с предыдущего гребня волны и опускаясь под действием нагрузки P , попадет на участок кривой egd (рис. 7). Точка приземления с координатами x_2, y_2 зависит от величины скорости скольжения $V > V_{1кр}$.

Величина реакции R колеблется: на участке $x = 0 \div x_2$ (соответствующей точке приземления) $R = 0$; на участке $x_2 - x_4$ (координата точки k) от R_{x_2} до R_{x_4} . На участке ke материальная точка M движется скачкообразно со все увеличивающимся скачком, вследствие чего возникает ударно-импульсная нагрузка.

4. При $V \geq V_{2кр}$ точка приземления лежит на участке de кривой, где материальная точка M движется только скачкообразно.

Рассмотрим более подробно каждый случай.

I случай. Обозначив ось абсцисс через X , а ось ординат через Y (рис. 3), движение материальной точки можно описать в общем случае системой уравнений

$$\begin{aligned} m \frac{d^2y}{dt^2} &= R - P, \\ \frac{dx}{dt} &= v \cos \alpha, \\ y &= \varphi(x). \end{aligned} \quad (1)$$

Учитывая, что вес материальной точки mg входит в P , обозначив $R - P = F$, задавшись формой кривой $y = a \sin \omega x$ (где a — амплитуда, $\omega = 2\pi/l$ — круговая частота) и приняв $V = v \cos \alpha = \text{const}$, систему уравнений (1) можно записать

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{F}{m}, \\ \frac{dx}{dt} &= V = \text{const}, \\ y &= a \sin \omega x. \end{aligned} \quad (2)$$

Воспользовавшись вторым уравнением системы (2), определим координату x

$$dx = V dt, \quad x = Vt + C_1.$$

При $t = 0$ $x = 0$ и $C_1 = 0$, тогда

$$x = Vt. \quad (3)$$

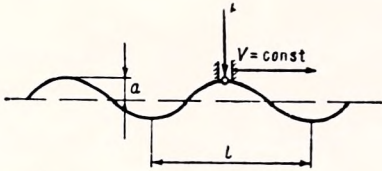


Рис. 1

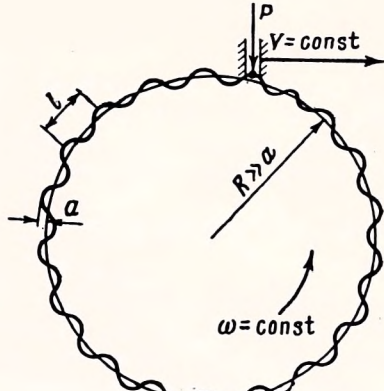


Рис. 2

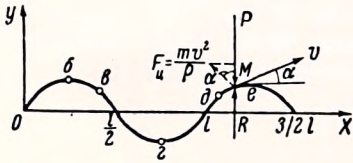


Рис. 3

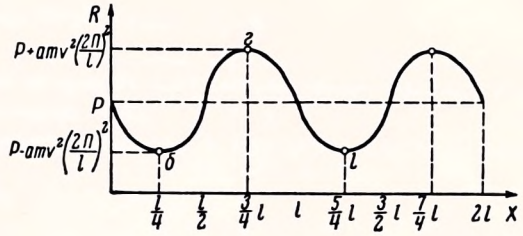


Рис. 4

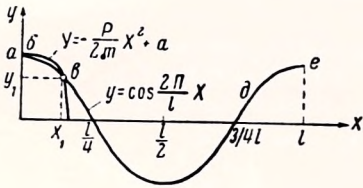


Рис. 5

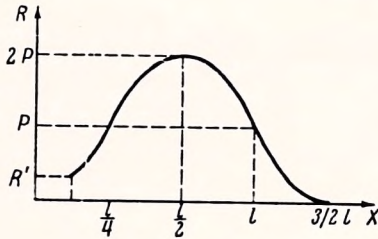


Рис. 6

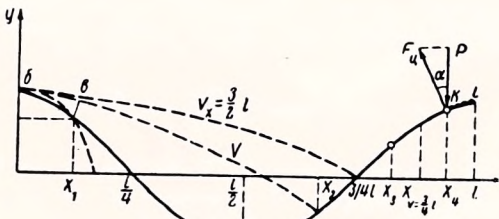


Рис. 7

Подставив (3) в уравнение кривой и продифференцировав дважды, будем иметь

$$y = a \sin \frac{2\pi}{l} Vt,$$

$$y' = aV \frac{2\pi}{l} \cos \frac{2\pi}{l} Vt, \quad (4)$$

$$y'' = -aV^2 \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2 \sin \frac{2\pi}{l} Vt.$$

Подставим (4) в первое уравнение системы (2)

$$-aV^2 \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2 \sin \frac{2\pi}{l} Vt = \frac{F}{m},$$

откуда

$$F = -maV^2 \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2 \sin \frac{2\pi}{l} Vt. \quad (5)$$

Найдем точки на кривой $y = a \sin \omega x$, в которых F имеет экстремальные значения,

$$F' = -maV^3 \left(\frac{2\pi}{l}\right)^3 \cos \frac{2\pi}{l} Vt = 0,$$

что соответствует $\cos 2\pi/lVt = 0$ или $2\pi/lVt = n\pi/2$, откуда $x = Vt = nl/4$, где $n = 1; 3; 5; 7$ и т. д. Для определения точек максимальных и минимальных значений F возьмем вторую производную

$$F'' = maV^4 \left(\frac{2\pi}{l}\right)^4 \sin \frac{2\pi}{l} Vt.$$

При $x = nl/4$, где $n = 1; 5; 9$ и т. д., $F'' > 0$ — минимум. При $x = nl/4$, где $n = 3; 7; 11$ и т. д., $F'' < 0$ — максимум. Тогда $F_{\min} = -maV^2 (2\pi/l)^2$, $F_{\max} = maV^2 (2\pi/l)^2$. Так как $R - P = F$, то

$$R = P + F \quad (6)$$

и, следовательно,

$$R_{\min} = P + F_{\min} = P - maV^2 \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2, \quad (7)$$

$$R_{\max} = P + F_{\max} = P + maV^2 \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2. \quad (8)$$

Из уравнения (5) видно, что при $x = 0; l/2; l$ и т. д. $F = 0$, а поэтому $R = P$. Физически точки $x = 0; l/2; l$ и т. д. — это точки перегиба, в которых центробежная сила $F_4 = (mV^2/\rho) \cos \alpha = 0$ (рис. 3), так как $\rho = \infty$, где ρ — радиус кривой; α — угол между нормалью к кривой и осью Y . Текущее значение реакции R можно определить из следующего уравнения:

$$R = P \pm maV^2 \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2 \sin \frac{2\pi}{l} Vt. \quad (9)$$

По длине волны на участке $x = 0 \div l/2$ $R < P$, а на участке $x = l/2 \div l$ $R > P$. При $V \rightarrow V_{1\text{кр}}$ реакция R изменяется от $R_{\min} \rightarrow 0$ при $x = l/4; 5/4l$ и т. д. до $R_{\max} \rightarrow 2P$ при $x = 3/4l; 7/4l$ и т. д.

II случай. Чтобы определить $V = V_{1\text{кр}}$, необходимо уравнение (7) приравнять к 0.

$$R_{\min} = P - maV_{1\text{кр}}^2 \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2 = 0,$$

откуда

$$P = maV_{1\text{кр}}^2 \left(\frac{2\pi}{l} \right)^2, \quad (10)$$

$$V_{1\text{кр}} = \frac{l}{2\pi} \sqrt{\frac{P}{ma}} = \frac{1}{2\pi} \frac{l}{a^{1/2}} \sqrt{\frac{P}{m}}. \quad (11)$$

Из уравнения (11) видно, что критическая скорость зависит от отношений $(P/m)^{1/2}$ и $l/a^{1/2}$. Причем, чем выше P и l и чем меньше m и a , тем больше $V_{1\text{кр}}$. Для тормозного узла с $P/m = \text{const}$ эквивалентными с точки зрения равенства критических скоростей являются волнистости, у которых

$$\frac{l_1}{a_1^{1/2}} = \frac{l_2}{a_2^{1/2}} = \frac{l_3}{a_3^{1/2}} = \text{const}. \quad (12)$$

Отношение $l/a^{1/2}$ может являться параметром для оценки волнистости в тормозных устройствах, работающих на высоких скоростях скольжения. Для тела, движущегося по абсолютно жесткой волнистой поверхности, у которого $P=Q$, где Q — собственный вес тела,

$$V_{1\text{кр}} = \frac{l}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{a}}. \quad (13)$$

Здесь g — ускорение силы тяжести.

Пример 1. Определим $V_{1\text{кр}}$ для колодки тормозного устройства, контактирующей с абсолютно жесткой волнистой синусоидальной поверхностью, при $P/m = 250$; $l/a^{1/2} = 80$ ($l = 1$ м; $a = 0.15$ мм)

$$V_{1\text{кр}} = \frac{1}{2\pi} \frac{l}{a^{1/2}} \left(\frac{P}{m} \right)^{1/2} = \frac{1}{2\pi} 80 \sqrt{250} = 200 \text{ м/сек.}$$

Пример 2. Определим $V_{1\text{кр}}$ для тела, движущегося по абсолютно жесткой синусоидальной поверхности, с $l/a^{1/2} = 80$ при $P=Q$

$$V_{1\text{кр}} = \frac{1}{2\pi} \frac{l}{a^{1/2}} g^{1/2} = \frac{1}{2\pi} 80 \sqrt{g} = 40 \text{ м/сек.}$$

На рис. 8 показана зависимость $V_{1\text{кр}} = \varphi(P/m)$ для заданной волнистости $l/a^{1/2} = \text{const}$, откуда видно, что каждому значению $V_{1\text{кр}} = \text{const}$ соответствуют вполне определенные значения отношений $l/a^{1/2}$ и P/m . При $V = V_{1\text{кр}}$ происходит срыв тела с гребня волны в точке б (рис. 5). Движение тела после срыва описывается системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{P}{m}, \\ \frac{dx}{dt} &= v \cos \alpha = V = \text{const}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

За начало отсчета возьмем точку б. Чтобы определить координаты точки приземления в на волнистой косинусоидальной кривой, необходимо решить совместно систему из трех уравнений.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{P}{m}, \\ \frac{dx}{dt} &= V, \\ y &= a \cos \omega x. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Перейдем к координате x , тогда

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dx} \frac{dx}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dx} V \right) = V \frac{d}{dx} \frac{dx}{dt} \frac{dy}{dx} = V^2 \frac{d^2y}{dx^2}. \quad (16)$$

Тогда систему (15) можно записать

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2y}{dx^2} &= -\frac{P}{mV^2}, \\ y &= a \cos \omega x. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Проинтегрируем дважды первое уравнение системы (17)

$$\begin{aligned} y' &= -\frac{P}{mV^2}x + C_1, \\ y &= -\frac{P}{2mV^2}x^2 + C_1x + C_2. \end{aligned}$$

C_1 и C_2 определим из начальных условий:

при $x=0$ $y'=0$ и $C_1=0$,

$$x=0 \quad y=a \quad \text{и} \quad C_2=a, \quad (18)$$

тогда

$$y = -\frac{P}{2mV^2}x^2 + a = -Ax^2 + a,$$

где

$$A = -\frac{P}{2mV^2}.$$

Уравнение (18) — это уравнение параболы, представляющее собой траекторию падения тела при $V \geq V_{1кр}$; координаты точки $b(x_1; y_1)$ определяются совместным решением уравнений

$$\begin{aligned} y &= -\frac{P}{2mV_{1кр}^2}x^2 + a, \\ y &= a \cos \frac{2\pi}{l}x. \end{aligned}$$

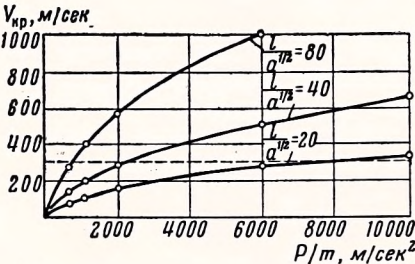


Рис. 8

Для рассмотренного выше примера тормозного устройства с заданными параметрами $P/m=250$; $l/a^{1/2}=80$ при $V_{1кр}=200$ м/сек; $a=0,15$ мм, парабола $y = -(P/2mV_{1кр}^2)x^2 + a$ и

косинусоида $y = a \cos(2\pi/l)x$ пересекаются в точке b с координатами $x_1=0,08$ м, $y_1=0,13$ мм.

Таким образом, на участке $x=0 \div 0,08$ м $R=0$; на участке $x=0,08 \div l/2$ величина R изменяется от R' до $R=2P$ и на участке $x=l/2 \div l$ значение R падает до 0.

III случай. При значении скорости $V > V_{1кр}$, но $V < V_{2кр}$ в зависимости от величины скорости V , точка пересечения параболы $y = -(P/2mV^2)x^2 + a$ и косинусоиды $y = a \cos 2\pi/lx$ находится на участке egd (рис. 7). $V_{2кр}$ — это скорость, при которой материальная точка M вообще перестает следить за формой волнистой кривой, а участок скачкообразного движения de является наибольшим. Для определения величины скорости V , при которой координаты точки падения соот-

ветствуют значениям $x_2; y_2$, лежащим на участке кривой $вгд$, воспользуемся уравнением (18), откуда получим

$$V = x_2 \sqrt{\frac{P}{2m(a - y_2)}}. \quad (19)$$

При $x_2 = \frac{l}{4} \quad V = \frac{l}{4} \sqrt{\frac{P}{2ma}},$

при $x_2 = \frac{l}{2} \quad V = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{2ma}},$

при $x_2 = \frac{3l}{4} \quad V = \frac{3}{4} l \sqrt{\frac{P}{2ma}}.$

Каждому значению скорости $V > V_{1кр}$, но $V < V_{2кр}$ на участке кривой $де$ соответствует точка K с координатами $x_4; y_4$, начиная с которой материальная точка M будет двигаться скачкообразно со все увеличивающимся скачком.

Основным условием для скачкообразного движения является

$$F = \frac{mV^2}{\rho} \cos \alpha = maV^2 \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2 \sin \frac{2\pi}{l} Vt > P. \quad (20)$$

В точке K с координатами $x_4; y_4$ $F = P$, а затем $F > P$. Поскольку при скачкообразном движении $P < F_1 < F_2 < F_3 \dots$, где индексы 1, 2, 3... — порядковый номер скачка, то возможен случай, когда срыв будет происходить не с вершины гребня, а несколько раньше.

Значение координаты x_4 точки K для заданной скорости V можно определить из уравнения (5), приравняв значение F величине P ,

$$P = maV^2 \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2 \sin \frac{2\pi}{l} x_4, \quad (21)$$

откуда

$$x_4 = \frac{\arcsin \frac{P}{maV^2 \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2}}{2\pi} l. \quad (22)$$

Величина реакции R колеблется на участке $x = 0 \div x_2$ $R = 0$, на участке от x_2 до x_4 реакцию R можно определить из уравнения (5). На участке от x_4 до l возникает импульсная нагрузка, обусловленная явлением скачка.

IV случай. При $V = V_{2кр}$ материальная точка M , сорвавшись с предыдущего гребня и опускаясь под действием силы P , попадает в точку $д$ кривой с координатами $x_3; y_3$ и начинает двигаться скачкообразно со все увеличивающимся скачком.

В точке $д$

$$P = maV_{2кр}^2 \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2 \sin \frac{2\pi}{l} x_3. \quad (23)$$

В то же время для точки $д$ справедливо и уравнение (19), откуда

$$V_{2кр} = x_3 \sqrt{\frac{P}{2m(a - y_3)}}. \quad (24)$$

Воспользовавшись уравнением кривой, получим $y_3 = a \sin \frac{2\pi}{l} x_3$ и, подставив значение y_3 в уравнение (24), определим $V_{2 \text{ кр}}$:

$$V_{2 \text{ кр}} = x_3 \sqrt{\frac{P}{2ma \left(1 - \sin \frac{2\pi}{l} x_3\right)}}. \quad (25)$$

Из уравнения (23) получим

$$V_{2 \text{ кр}} = \frac{l}{2\pi} \sqrt{\frac{P}{ma \sin \frac{2\pi}{l} x_3}}. \quad (26)$$

Решая совместно уравнения (25) и (26), можно определить значения $V_{2 \text{ кр}}$ и x_3 . Для $V = V_{2 \text{ кр}}$ участок скачкообразного движения является самым большим. Величина реакции R на участке $x = 0 \div x_3$ $R = 0$, а на участке $x = x_3 \div l$ возникает импульсная нагрузка, обусловленная явлением скачка. При $V > V_{2 \text{ кр}}$ участок $\partial'e$ с импульсной нагрузкой сокращается, а средненитегральное значение коэффициента трения f на участке от $x = 0$ до $x = l$ стремится к 0.

ВЫВОДЫ

Вследствие того, что при высоких скоростях скольжения происходит изменение реакции R при $P = \text{const}$, обусловленное наличием волнистости, погрешности формы и т. д., процесс трения является нестационарным. В результате этого на одних участках сила трения $T = 0$, так как $R = 0$ и контакта нет, на других — сила трения является функцией удельной нагрузки $T = \varphi_1(P_{\text{уд}})$ при $V = \text{const}$, а при скачкообразном движении с ростом скорости средненитегральный коэффициент трения в пределах одной волны стремится к 0.

Износ материалов также происходит по-разному. На одних участках материал не изнашивается вообще, на других — интенсивность износа является функцией удельной нагрузки $Y = \varphi_2(P_{\text{уд}})$ при $V = \text{const}$, а на участке скачкообразного движения наблюдаются следы износа в виде отдельных мазков.

Таким образом, при определении коэффициента трения и износа материалов при высоких скоростях скольжения необходимо учитывать тот или иной вид нестационарности процесса трения, обусловленный наличием волнистости, погрешности формы и т. д. При работе на тормозных режимах необходимо, чтобы фрикционные вкладыши и колодки следили за волнистостью поверхности и скорость скольжения V была меньше $V_{1 \text{ кр}}$. Повысить значения $V_{1 \text{ кр}}$ можно путем уменьшения подвижной массы тела, к которому приложена нагрузка P , а также уменьшением волнистости и погрешности формы, что достигается увеличением параметра $l/a^{1/2}$. В том случае, когда волнистость носит характер случайный, расчет необходимо вести для наилучшего случая, когда параметр $l/a^{1/2}$ является наименьшим и обеспечивает условие $V < V_{1 \text{ кр}}$. Для режимов, где сила трения является вредной, более выгодным режимом будет режим на скоростях скольжения $V > V_{2 \text{ кр}}$.